ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 OCTOBRE 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

En déposant sur le Bureau deux volumes intitulés : DÉODAT DOLOMIEU, *Membre de l'Institut national* (1750-1801) (¹), M. **A. LACROIX** s'exprime en ces termes :

Lorsque j'ai préparé la Notice sur Déodat Dolomieu, lue dans la séance annuelle de l'Académie du 2 décembre 1918, j'ai été conduit à rechercher les lettres écrites par ce savant. Ma récolte a été fructueuse, car, de proche en proche, j'ai retrouvé près de 250 lettres, distribuées dans un grand nombre de bibliothèques, publiques ou privées, de France et de l'étranger. La découverte des papiers laissés par Dolomieu et dont j'ai pu faire l'acquisition a mis en outre en ma possession non seulement des manuscrits scientifiques inédits, dont, par ailleurs, j'ai entrepris la publication, mais encore quelques lettres et minutes de lettres de lui, ainsi que d'autres écrites par ses amis. Ces dernières m'ont permis d'éclairer bien des points obscurs de sa correspondance et de sa vie.

Il m'a paru intéressant de publier au moins une partie de cette correspondance qui fait connaître sous son vrai jour la captivante personnalité de Dolomieu. La Commission administrative a bien voulu entrer dans ces vues et a autorisé l'impression des présents volumes à Abbadia; cette impression a été facilitée par une subvention sur la Fondation Debrousse, accordée dans ce but à l'Académie par l'Institut.

(¹) A. LACROIX, *Déodat Dolomieu, membre de l'Institut national* (1750-1801). *Sa correspondance, sa vie aventureuse, sa captivité, ses œuvres.* Paris, Librairie académique, Perrin et Cie; 2 vol. in-8° (I-LXXX, 1-255 pages + 1 portrait héliogr.) et (1-322).

L'intérêt de cette correspondance réside en ce que, si elle renferme quelques lettres écrites à des destinataires isolés (Daubenton, Lalande, Lacépède, les généraux Kléber, Dugua et quelques autres), elle comprend surtout des séries de lettres adressées à un petit nombre d'amis et dont quelques-unes s'étendent sur une période de près de 20 ans; elles permettent donc, en quelque sorte, de vivre au jour le jour la vie de notre personnage, et comme ces correspondants de Dolomieu occupaient dans ses affections et dans la société des situations différentes, chacune de ces séries présente son cachet particulier.

Les lettres les plus anciennes (1775-1782) sont adressées au duc Alexandre de la Rochefoucauld, membre de l'Académie des Sciences; elles ont surtout rapport à la géologie de la France, à la genèse du salpêtre.

L'active correspondance échangée avec le naturaliste de Catane, Gioeni (1781-1791) est surtout remplie des recherches des deux amis sur les produits volcaniques.

Le Chevalier Philippe de Fay était le confident et l'ami le plus sûr de Dolomieu; avec les lettres qui lui sont adressées (1781-1801), on pénètre dans le fond et le tréfond des intrigues de la cour de Malte et l'on suit l'évolution des idées politiques de Dolomieu.

La correspondance avec Picot de la Peyrouse (1782-1801), botaniste et géologue toulousain, comprend notamment des dissertations sur la lithologie des formations anciennes; il est particulièrement intéressant d'y suivre sur le vif les difficultés inextricables auxquelles se heurtaient à cette époque minéralogistes et géologues, réduits à l'étude des caractères organoleptiques des minéraux et s'essayant, d'une façon malhabile et prématurée, à discuter la composition chimique des roches et à discuter leur origine.

Plusieurs lettres sont adressées de 1787 à 1801 à Frédéric Münter, archéologue et professeur de théologie à Copenhague; elles sont pleines de souvenirs d'Italie et d'allusions aux événements politiques de l'époque.

Une intéressante suite de lettres est écrite à des savants genevois, — Horace-Benedict de Saussure (1791-1796) et son fils Nicolas; elles sont essentiellement géologiques et lithologiques et renferment des détails sur la dolomie; — Marc-Auguste Pictet (1795-1798); elles traitent des voyages de Dolomieu en Suisse et dans les Alpes, de la politique de la République de Genève; on y lit aussi de curieuses informations sur les premiers jours de l'Institut de France et les débuts de la Bibliothèque britannique; — Pierre Picot et son fils Jean, le futur historien de Genève (1796-1801).

La création du Service des Mines avait rapproché Dolomieu d'un professeur devenu, comme lui, ingénieur au nouveau corps, Alexandre Brongniart; les lettres qui lui sont adressées (1794-1796) ont rapport à leurs communes excursions dans les Alpes et aux travaux poursuivis à l'Agence des Mines pour l'établissement d'une classification des minéraux et qui aboutirent à la publication du *Traité de Minéralogie* d'Haüy. Elles renferment des renseignements pittoresques sur les difficiles conditions d'existence à cette époque, notamment pour les fonctionnaires mal payés par l'État et incertains du lendemain.

Enfin quelques lettres (1800-1801) de Dolomieu à son élève Louis Cordier — devenu plus tard, lui aussi, membre de cette Académie — qui l'avait accompagné lors de l'expédition d'Égypte, sont relatives à sa captivité à Messine.

Cet Ouvrage est divisé en deux Parties. La première comprend, sous le titre de *Livre de la captivité*, des notes écrites par Dolomieu sur les marges et dans les interlignes d'un volume qu'il avait conservé dans son cachot de Messine et que j'ai retrouvé dans la bibliothèque du Muséum; la seconde, plus importante, est constituée par sa correspondance.

J'ai donné en appendice diverses pièces et en particulier les plus caractéristiques des lettres de ses amis trouvées dans ses papiers.

L'impression de ces deux volumes a été effectuée avec beaucoup de soin par notre imprimerie d'Abbadia, sous la direction de l'abbé Verschaffel auquel j'ai plaisir à adresser mes remercîments.

M. Charles Moureu s'exprime en ces termes :

Je demande à l'Académie la permission de lui offrir, pour sa bibliothèque, un exemplaire de la septième édition de mes *Notions fondamentales de Chimie organique*. Cette nouvelle édition ne diffère de la précédente que par quelques additions, choisies parmi les nouveautés chimiques les plus importantes et les plus simples, ainsi qu'il convient à un livre conçu dans un esprit de grande généralité. J'ai la vive satisfaction de pouvoir ajouter qu'une traduction anglaise de l'Ouvrage vient de paraître, pour laquelle Sir William Pope, de la Société Royale de Londres, professeur à l'Université de Cambridge, m'a fait l'honneur d'écrire une préface aussi remarquable que bienveillante.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une équation vectorielle, en notation complexe, de l'alternateur à deux réactions et ses applications.* Note [1] de M. A. **Blondel**.

L'objet de la présente Note est de ramener à une forme purement algébrique certains problèmes qu'on n'a pu traiter jusqu'ici qu'à l'aide de la géométrie, et d'en tirer quelques conclusions nouvelles.

Nous rapporterons toutes les variables et les réactions de l'alternateur à deux axes OD, OT [2].

On prend OT pour axe réel, suivant lequel on portera la force *électromotrice théorique* E_0.

L'axe OD décalé de $\frac{\pi}{2}$ en avant est l'axe des flux *directs* et l'axe des forces électromotrices induites *déphasées* E_t et des courants induits déphasés I_d créant une réaction magnétique directement opposée aux flux inducteurs. L'axe OT est l'axe sur lequel on porte les forces électromotrices de travail E_t et les courants induits I_t produisant une réaction transversale. On représentera par OA le vecteur de la tension du réseau U; par OB le vecteur de la force électromotrice intérieure E de l'alternateur ($\overline{E} = \overline{U} + r\overline{I}$); par OC le vecteur du courant fourni au réseau. Tous angles de phases seront rapportés à OT, à savoir : ξ le décalage de $\overline{E}$, ζ le décalage de $\overline{U}$, ψ le décalage de $\overline{I}$. Ils sont comptés positivement dans le sens du *retard* de phase (opposé à celui du mouvement de rotation). On raisonne sur une machine bipolaire équivalente à l'alternateur donné.

Chaque vecteur aura deux composantes respectivement suivant OT et OD; ces composantes seront positives quand elles sont portées suivant le sens positif des axes ainsi définis et affectées du signe — dans le cas contraire; le symbole $j = \sqrt{-1}$ sera placé devant les composantes parallèles à OD et $-j$ devant les composantes dirigées à l'opposé.

Soient :

r la résistance équivalente de l'alternateur (tenant compte des pertes pro-hystérésis des courants de Foucault);

L_d la self-inductance *directe* globale et $r + j\omega L_d$ l'impédance qui s'applique au circuit inducteur passant par les pôles (produit par I_d);

---

[1] Séance du 10 octobre 1920.

[2] Le lecteur est prié de faire la figure qui est très simple.

L_t la self-inductance *transversale* globale et $r + j\omega L_t$ l'impédance qui s'applique au flux se fermant transversalement sans passer par la culasse (produit par I_t); L_t et L_d, valeurs globales, comprennent chacune respectivement la self-inductances des fuites de l'alternateur;

R_e et L_e les résistance et inductance du circuit extérieur, C la capacité mise en série.

La force électromotrice interne *totale* $\overline{F}$ est la résultante de la tension aux bornes $\overline{U}$ et du vecteur de la chute ohmique $r\overline{I}$; elle a deux composantes E_t et E_d représentées respectivement par les projections de $\overline{E}$ sur les axes OT et OD.

Les définitions qu'on vient de donner des vecteurs $\overline{U}$, $\overline{E}$ et $\overline{I}$ se traduisent par les quatre équations complexes :

(1) $$\overline{U} = U_t - jU_d = U\cos\zeta - jU\sin\zeta,$$
(2) $$\overline{E} = E_t - jE_d = E\cos\xi - jE\sin\xi,$$
(3) $$\overline{I} = I_t - jI_d = I\cos\psi - jI\sin\psi,$$
(4) $$\overline{U} = \overline{E} - rI_t = E_t - rI_t - j(E_d - rI_d).$$

Nous supposons que l'alternateur travaille dans une partie rectiligne des caractéristiques des inducteurs et de l'induit; on considérera donc la self-inductance directe L_d comme constante; d'autre part, nous admettrons que L_t l'est également.

Équation fondamentale. — Pour réaliser en charge le régime U, E, I, défini ci-dessus, l'alternateur doit avoir une excitation telle qu'en circuit ouvert apparaisse une force électromotrice E_0 :

(5) $$\begin{aligned} E_0 &= \overline{U} + r\overline{I} + j\omega L_t I_t + j\omega L_d(-jI_d) \\ &= U_t + rI_t + \omega L_d I_d - j(U_d + rI_d - \omega L_t I_t) \\ &= \overline{U} + (r + j\omega L_t)\overline{L} + j\omega(L_d - L_t) L\sin\psi(\cos\psi + j\sin\psi). \end{aligned}$$

La *puissance interne* P de la génératrice en valeur absolue est en appelant le nombre de phases

(6) $$P = q(E_t I_t + E_d I_d) = q(U_t I_t + U_d I_d + rI^2) = q(UI\cos\varphi + rI^2).$$

De même la *puissance réactive interne* Π est

$$\Pi = q(E_t I_d - E_d I_t) = q(U_t I_d - U_d I_t) = qUI\sin\varphi.$$

Coefficient de self vectoriel E_ψ. — De L_d et L_t on peut déduire un coefficient de self-induction complexe $L_\psi(\cos\theta - j\sin\theta)$ applicable aux courants qui ont une réaction résultante faisant avec OT l'angle ψ.

Posons en effet, *par définition*, pour un courant I décalé de ψ en retard

$$(7)\qquad L_t I\cos\psi - jL_d I\sin\psi = L_\psi I(\cos\theta - j\sin\theta) = (L_\psi - \theta)I,$$

on en déduit les expressions suivantes, qui déterminent $L_\psi - \theta$:

$$(8)\qquad L_\psi = \sqrt{L_t^2\cos^2\psi + L_d^2\sin^2\psi},$$

$$(9)\qquad \tang\theta = \frac{L_d}{L_t}\tang\psi.$$

Application à l'étude de l'alternateur de résonance. — On utilise en T.S.F. pour l'alimentation des transformateurs à résonance destinés à la production d'ondes musicales [ondes que j'ai imaginées ([1]) en 1898] des alternateurs à fréquence élevée (500 à 1000 périodes par seconde) et ayant une réaction d'induit très accusée contribuant à amener le circuit à la résonance.

Supposons que la résonance est obtenue par la variation de la self-induction L_e ou de la capacité C, et appliquons nos équations complexes en considérant les trois impédances :

$$(10)\qquad \overline{Z_t} = r + j\omega L_t,\qquad \overline{Z_d} = r + j\omega L_d,\qquad \overline{Z_e} = R + j\omega\left(L_e - \frac{1}{\omega^2 C}\right) = R_e + j\omega X_e.$$

Si l'on a interposé un transformateur élévateur ayant pour rapport de transformation $\frac{N_2}{N_1} = \tau$, des impédances primaire $R_1 + j\omega L_1$ et secondaire $R_2 + j\omega L_2$, et un coefficient de dispersion σ, son impédance globale rapportée au primaire est $R_1 + \frac{R_2}{\tau^2} + j\sigma\omega L_1$, et il multiplie la capacité C par le rapport $\frac{1}{\tau^2}$. D'où

$$R = R_1 + \frac{R_2}{\tau^2};\qquad X_e = \sigma\omega L_1 - \frac{1}{\tau^2\omega^2 C}.$$

La force électromotrice théorique E_0 est égale à la somme des chutes de tension produites dans ce circuit par le courant, que nous écrivons en remplaçant dans (5) $\overline{U}$ par $\overline{Z_e I}$ et en posant, pour simplifier les écritures,

$$(11)\qquad X_t = X_e + \omega L_t \qquad = \omega(L_t + L_e) - \frac{1}{\omega C},$$

$$(12)\qquad X_d = X_t + \omega(L_d - L_t) = \omega(L_d + L_e) - \frac{1}{\omega C},$$

$$(13)\qquad \tang\psi = \frac{X_t}{R_e + r}.$$

([1]) Pli cacheté 6041 du 16 août 1898, publié le 3 février 1913 (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 371), et Brevet américain 783992 de 1900.

On obtient ainsi :

(14) $$E_0 I(R_e + r_n)I_t + X_d I_d = j[(R_e + r_n)I_d - X_t I_t];$$

d'où, en séparant les parties réelles et imaginaires,

(15) $$(R_e + r)I_t + X_d I_d = E_0, \quad \text{ou} \quad (R_e + r)\cos\psi + X_d \sin\psi = \frac{E_0}{I},$$

(16) $$-X_t I_t + (R_e + r)I_d = 0, \quad \text{ou} \quad -X_t \cos\psi + (R_e + r)\sin\psi = 0.$$

On en déduit le courant total et ses deux composantes ([1])

(17) $$\bar{I} = \frac{E_0(R_e + r - jX_t)}{(R_e + r)^2 + X_t X_d} = \frac{E_0(\cos\psi - j\sin\psi)}{\dfrac{R_e + r}{\cos\psi} + \omega(L_d - L_t)\sin\psi}.$$

La valeur efficace est obtenue en remplaçant par l'unité la parenthèse du numérateur.

Résonance. — Si $R + r$ est assez grand pour que le dénominateur reste positif, sans s'annuler, la résonance, c'est-à-dire le maximum du courant, correspond au minimum du dénominateur, et au zéro de sa dérivée.

On l'obtient en annulant la dérivée de (10) par rapport à X_t ou à ψ (suivant ce qu'on préfère) :

(19) $$\frac{X_t^3}{(R + r)^3} + \frac{X_t}{R + r} + \frac{\omega(L_d - L_t)}{R + r} = 0,$$

(19 *bis*) $$\text{tang}^3\psi + \text{tang}\psi + \frac{\omega(L_d - L_t)}{R + r} = 0.$$

Ces équations du troisième degré déterminent, par la méthode de Cardan par exemple, la valeur de X_t ou de $\text{tang}\psi$; (18) donne ensuite le module de I.

On discute facilement cette équation en remarquant que quand $L_d = L_t$, elle donne la racine $\psi = 0$ qui est la condition de résonance dans la théorie de Joubert, les deux autres racines $\text{tang}\psi = \pm j$ sont imaginaires; elles le restent encore quand on introduit une légère différence entre L_d et L_t. On peut alors isoler la racine réelle par tâtonnements en partant en première approximation de

(20) $$\text{tang}\psi = \frac{-\omega(L_d - L_t)}{R + r}.$$

([1]) On remarquera en passant que cette équation peut être écrite directement en attribuant à l'alternateur l'*impédance vectorielle* qui apparaît dans (5) :

(18) $$r + j\omega L_t + j\omega(L_d - L_t)\sin\psi(\cos\psi + j\sin\psi).$$

Auto-amorçage. — Il y a auto-amorçage si le dénominateur de (10) peut s'annuler. En chassant ce dénominateur, on voit plus clairement que la force électromotrice d'excitation indépendante du moteur E_0 peut être alors réduite à zéro si la valeur de X_e est une des deux racines de l'équation (21) :

$$(R + r)^2 + X_t^2 + \omega (L_d - L_t) X_t = 0.$$

D'où

$$(22) \qquad X_e = X_t - \omega L_t = -\omega \frac{L_d + L_t}{2} \pm \frac{\sqrt{\omega (L_d - L_t)^2 - 4(R + r)^2}}{2}.$$

La condition d'existence (réalité) de ces racines est

$$(23) \qquad 2(R + r) \leqq \operatorname{mod}(L_t - L_d).$$

Cette solution concorde avec celle que M. Bethenod a donnée par une méthode géométrique (*La Lumière électrique*, 25 décembre 1909).

On voit que l'auto-excitation n'est possible que grâce à une différence entre les valeurs absolues des coefficients L_t et L_d.

Pour $R + r = 0$, les deux racines se réduisent à $-\omega L_d$ et $-\omega L_t$; comme X_e ne peut être que négatif, puisqu'il s'agit de compenser par une capacité extérieure les réactances du circuit extérieur et de l'alternateur lui-même, X_e ne peut avoir qu'une valeur négative inférieure à la plus petite des deux racines mesurées algébriquement. Quand $R + r$ sera différent de zéro, on devra choisir le signe du radical qui donnera pour X_e la plus petite valeur algébrique ; cette racine sera une limite supérieure de X_e ; car, pour toute valeur de X_e comprise entre les racines, l'impédance qui figure au second membre de l'équation (17) changerait de signe et la machine ne pourrait fonctionner par conséquent qu'en réceptrice et non en génératrice.

Les ampères-tours créant le champ magnétique suivant les axes des pôles sont proportionnels à $E_0 - \omega L_d I \sin\psi$ et, quand la machine est saturée, à $E = f\left(ni - \frac{XN}{\sqrt{2}} I \sin\psi\right)$ en désignant par f la fonction qui représente la caractéristique de la force électromotrice induite E, par ni les ampères-tours de l'inducteur, par N le nombre des fils périphériques de l'induit par champ double, et par K le coefficient d'utilisation de l'enroulement induit. La première des équations (15) est donc remplacée par

$$f\left(ni - \frac{KN}{\sqrt{2}} I_d\right) \gtreqless (R + r) I_t + X_e I_d = \left(X_e + \frac{R + r}{\tan \psi}\right) I_d$$

en substituant I_t déduit de (16). Elle exprime que le point de fonctionnement M sur la caractéristique est à la rencontre de cette courbe f avec la

droite

$$E = [X_e + (R + r)\cot\psi]I_d = I_d \tang\alpha$$

menée par un point de l'axe des abscisses située à la distance ni de l'origine, en posant

$$\tang\alpha = \frac{X_e + (R + r)\cot\psi}{\frac{KN}{\sqrt{2}}}.$$

La condition d'amorçage exprime que le coefficient angulaire de la tangente à l'origine à la caractéristique doit être égal ou supérieur à $\tang\alpha$. Le magnétisme rémanent stabilise le régime amorcé.

La condition de non-excitation revient à annuler le segment ni compté sur l'axe des ampères-tours, en réalisant $E\cot\alpha = \overline{Om}$; elle est plus stricte et plus sûre pour l'amorçage.

Enfin, on réduit au minimum la puissance efficace demandée à l'alternateur, en faisant

$$\sin\psi = 0 \quad \text{ou} \quad \omega L_e - (\omega C)^{-1} + \omega L_i = 0.$$

On remarquera que cette valeur n'est pas celle qui donne la vraie résonance et qui est déterminée plus haut par (19 *bis*).

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Quénu** est désigné pour faire partie de la *première section* de la Commission technique de la *Caisse des recherches scientifiques*, en remplacement de M. *A. Laveran*, démissionnaire.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **J. Violle** est élu Membre du Conseil d'administration de la *Fondation Edmond de Rothschild*, en remplacement de M. *G. Lippmann*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. **Henri Martin** adresse un Rapport sur l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée sur le *Fonds Bonaparte* en 1920.

M. **Jean Pougnet** adresse un Rapport sur l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée sur le *Fonds Bonaparte* en 1913.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Paul Baud. *Les industries chimiques régionales de la France.* (Présenté par M. A. Haller.)

2° Maurice Caullery. *Le parasitisme et la symbiose.* (Présenté par M. Henneguy.)

3° E.-L. Trouessart. *La distribution géographique des animaux.* (Présenté par M. Bouvier.)

MM. **René Baire, M. de Broglie, Raoul Cerighelli, H. Chermezon, Augustin Damiens, Ed. Fouché, P.-H. Fritel, Paul de la Gorce, E. Jouguet, J. Trousset** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

HYDRAULIQUE. — *Sur les régimes hydrauliques.* Note de M. **C. Camichel**, transmise par M. André Blondel.

La présente Note se rapporte à l'étude expérimentale des divers régimes de l'eau dans les tubes cylindriques.

I. J'ai montré précédemment [1] l'existence, dans les chambres d'eau, d'un régime hydraulique auquel j'ai donné le nom de *régime hydraulique non turbulent*, et qui est caractérisé par ce fait qu'en chaque point de la masse fluide, la vitesse est constante en grandeur et en direction. Ce régime se produit pour des vitesses de l'ordre de celles que l'on rencontre dans les applications industrielles. Pour préciser les circonstances dans lesquelles il prend naissance, j'ai recommencé les expériences bien connues de MM. Osborne Reynolds et Couette, et j'ai constaté que le régime non turbulent que ces auteurs ont mis en évidence dans les tubes pour de faibles vitesses se produit pour des vitesses beaucoup plus élevées, à condition de réduire convenablement la longueur des tubes et de les munir de pavillons de formes appropriées. On constate la régularité soit par la transparence de la

(1) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 986.

veine à la sortie du tube, soit encore, d'une façon beaucoup plus précise, par l'observation des filets liquides, au moyen de la méthode précédemment indiquée ([1]). Par exemple, on obtient le régime non turbulent pour des vitesses de 4^{m} par seconde dans un tube de laiton ayant comme diamètre intérieur 18^{mm} et comme longueur totale 16^{cm}.

D'une façon générale, on peut dire que pour conserver le régime non turbulent, il est nécessaire d'éliminer les obstacles placés aux points où la vitesse est notable et de donner à l'eau un trajet aussi court que possible dans les espaces resserrés ([2]); c'est une des raisons de l'emploi dans les turbines modernes de rotors constitués par des aubes très courtes dans le sens du mouvement de l'eau et à travers lesquelles on voit parfois le jour. Ces aubes diffèrent essentiellement de celles qu'on employait dans les turbines anciennes et dans lesquelles l'eau avait un trajet parfois très long à parcourir en restant en contact avec les aubes.

II. J'ai étudié le régime non turbulent dans des tubes de laiton; ces tubes avaient 6^{mm} de diamètre intérieur et leurs longueurs cylindriques étaient : 6^{cm}, 8^{cm}, 10^{cm}. Ils donnent facilement le régime hydraulique non turbulent pour des vitesses moyennes de plus de 10^{m} par seconde, tandis que, d'après les idées généralement admises, le régime turbulent devrait s'y produire pour des vitesses dépassant 1^{m} par seconde.

La pression p était mesurée en un point situé, suivant le tube, à 5^{cm}, 7^{cm}, 9^{cm} de l'extrémité plongeant dans l'atmosphère. Si l'on désigne par W la vitesse moyenne dans le tube, la formule

$$p = KW^{m} \tag{1}$$

représente bien les résultats obtenus pour W variant de 0 à 10^{m} par seconde ; on trouve $m = 1,49$ à la température de 17°C.

L'observation de la veine à la sortie et la régularité des courbes obtenues prouve que le régime est bien défini.

III. M. Rateau a montré (*Comptes rendus*, juin 1909) l'existence de divers régimes turbulents. J'ai eu l'occasion de faire des observations analogues pour les liquides; en plaçant des grilles devant le pavillon des tubes précédents, j'ai obtenu différents régimes turbulents. Je citerai en outre l'expérience suivante :

En supprimant le pavillon que possède le tube à son extrémité amont

([1]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 881.

([2]) M. Rateau m'a signalé qu'il avait fait des remarques analogues dans ses recherches sur les fluides gazeux.

et le remplaçant par un tube cylindrique de 6^{cm} de longueur, ayant le même diamètre intérieur (6^{mm}) que le tube étudié, on obtient le régime turbulent, la veine devient trouble; la pression est encore représentée par la formule (1), mais le coefficient m a la valeur

$$m' = 1,8$$

à la température de 17°C. La régularité de la courbe obtenue montre qu'on a bien affaire à un régime défini.

Pour ce même tube cylindrique de 10^{cm} de longueur et de 6^{mm} de diamètre intérieur, et pour une même vitesse de $5^{m},30$ par seconde par exemple, la pression mesurée sur 9^{cm} de longueur passe de $26^{cm},7$ à $48^{cm},8$, augmente par conséquent de près de 100 pour 100 suivant le trajet antérieur de l'eau.

Cette remarque est tout à fait générale. J'ai eu l'occasion de vérifier fréquemment cette *interdépendance des diverses portions d'une installation hydraulique*. Elle permet d'expliquer les discordances des résultats obtenus par les divers expérimentateurs par exemple, en ce qui concerne les pertes de charge d'une conduite. Il ne suffit pas, en effet, de préciser les conditions dans lesquelles cette conduite est aménagée, il faut également définir le régime sur lequel on opère et qui dépend, en particulier, du trajet de l'eau en amont de la conduite. On pourrait multiplier les exemples : une turbine peut avoir son rendement modifié par tel dispositif placé en amont.

Il conviendrait donc de définir, dans chaque cas particulier, le degré de turbulence du régime. Par exemple dans les conduites, où la perte de charge par unité de longueur ζ est représentée en fonction de la vitesse par une expression de la forme $\zeta = h W^{\alpha}$ (comme l'expérience paraît le vérifier), on pourrait définir le degré de turbulence par l'expression

$$\varepsilon = \frac{\alpha'}{\alpha} - 1,$$

α étant l'exposant minimum correspondant au régime non turbulent, α' l'exposant relatif au régime que l'on veut définir.

ASTRONOMIE. — *Carte photographique et systématique de la Lune.* Note de M. C. Le Morvan, présentée par M. Bigourdan.

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie la deuxième partie de ma Carte photographique et systématique de la Lune. Elle représente la surface visible de notre satellite aux phases comprises entre l'opposition et la nouvelle Lune. Elle complète ainsi la première partie parue antérieurement (*Comptes rendus*, 9 février et 23 mars 1914) et dans laquelle la même surface était représentée, éclairée du côté de l'Ouest, aux phases comprises entre la néoménie et l'opposition.

La Carte photographique et systématique de la Lune apporte des documents nouveaux et inédits pour l'étude des problèmes lunaires, et constitue un complément à l'œuvre magistrale réalisée par Lœwy et M. Puiseux dans leur grand Atlas de la Lune. Celui-ci, conçu sur un plan différent du nôtre, a été naguère le point de départ d'importantes études sélénographiques et de notables progrès dans la connaissance de l'orographie et de la topographie de notre satellite.

La Carte actuelle comprend 48 sections du format $38^{cm} \times 49^{cm}$, d'après les clichés choisis dans la collection que j'ai obtenue au foyer du grand équatorial coudé de l'Observatoire de Paris, en collaboration avec MM. Lœwy et Puiseux.

Grâce à la bienveillance et à la générosité de l'Académie et du Prince Roland Bonaparte, il m'a été possible d'exécuter dans son ensemble le projet que j'avais conçu.

Pour conserver à l'Ouvrage son caractère systématique, on a été amené à faire entrer dans la composition de cette partie, des clichés, en très petit nombre d'ailleurs, dont la finesse n'est pas aussi grande que celle qui a été atteinte pour l'autre partie. Ces clichés sont relatifs aux phases matinales de la Lune. Tout le monde sait, en effet, que les ondulations de l'atmosphère terrestre, dans la deuxième partie de la nuit, au voisinage du minimum diurne de température, rendent les observations particulièrement difficiles : les bons documents obtenus dans ces conditions, qu'il s'agisse de mesures directes ou de clichés photographiques, sont extrêmement rares.

Sur notre Carte, le diamètre moyen de la Lune est de $1^m,04$, avec quelques écarts dus à la réfraction, à la parallaxe, à la libration, etc.; et qu'aucun artifice ne peut corriger totalement. En effet, aucune portion de la sphère n'est applicable exactement sur un plan sans déformation. De

plus, l'angle de la parallaxe change constamment à cause de l'excentricité de l'orbite lunaire et varie de 53′35″ à 61′30″ dans l'espace de 14 jours; en même temps le diamètre apparent de la Lune passe de 29′26″ à 33′34″. Tout le long du limbe la libration fait apparaître et disparaître périodiquement un fuseau dont l'amplitude atteint 7° environ en latitude et 8° en longitude. Un raccordement satisfaisant des diverses sections ne serait possible qu'en faisant usage d'un seul cliché obtenu au moment de l'opposition : ce cliché ne serait utilisable que pour l'étude de la répartition générale des teintes à la surface de l'astre.

Depuis longtemps les astronomes ont été vivement préoccupés par l'idée de variations possibles à la surface de la Lune. Mais les dessins recueillis à ce sujet ont montré tant de divergences et de contradictions que l'impossibilité est apparue de chercher une solution de la question avant de combler la lacune qui s'est alors révélée : c'est-à-dire l'absence de toute représentation exacte du sol lunaire à une époque nettement définie.

Le grand Atlas lunaire de Lœwy et M. Puiseux et cette Carte photographique et systématique de la Lune fixent, à une époque précise, la topographie générale de notre satellite et font ainsi disparaître la cause principale des difficultés qui s'opposaient à la solution du problème.

Sans exclure l'hypothèse vraisemblable de catastrophes, très rares à notre époque, mais encore possibles à la surface de la Lune, nous avons été amené à penser que la plupart des changements qui y sont observés doivent être attribués à l'incidence de la lumière et aux variations qui se produisent dans l'atmosphère terrestre. En effet, on retrouve, mais sous des aspects très différents, sur nos clichés pris à quelques minutes d'intervalle, des bandes sombres, des appendices, des géminations, des fractures de l'écorce, etc.; et à peu près toutes les apparences interprétées à tort, croyons-nous, comme des changements réels du sol lunaire. Au contraire, l'action prolongée des rayons solaires semble donner lieu, périodiquement, à un fait beaucoup plus général, en rendant plus vif l'éclat des auréoles blanches qui entourent principalement les cratères et quelques cirques de de la Lune.

Les présents fascicules achèvent notre travail dans les limites que nous nous étions fixées. Un simple rapprochement avec les feuilles correspondantes de la première partie fait ressortir l'intérêt qu'il y a pour l'étude de la surface de notre satellite à mettre en présence et à comparer les mêmes régions éclairées des deux côtés du méridien.

J'ai conservé à cette partie de la publication, interrompue depuis 1914,

le format et la disposition adoptés pour la première partie parue antérieurement.

Je crois avoir réussi à donner de notre satellite une représentation aussi parfaite que le permettent les procédés astrophotographiques actuels. Tout en conservant les détails les plus délicats du terminateur qui font l'objet habituel des observations directes à l'oculaire, on a donné des vues d'ensemble susceptibles d'intéresser le topographe, le géologue et le statisticien.

Nous nous proposons, lorsque les circonstances le permettront, de rendre plus aisé l'usage de cette Carte de la Lune, en ajoutant quelques images d'ensemble obtenues directement au foyer, les coordonnées rectilignes qui ont reçu une désignation particulière, un index alphabétique. Des transparents pour la deuxième partie compléteront alors utilement l'ensemble.

ASTRONOMIE PRÉHISTORIQUE. — *Les représentations matérielles sur pierre de la Grande Ourse, à la Pierre polie.* Note de M. **Marcel Baudouin**, présentée par M. Bigourdan.

J'ai, jusqu'à présent, eu l'occasion d'observer *cinq* représentations de la *Grande Ourse*, à l'aide de cupulettes, sur des pièces et des monuments préhistoriques, que l'on doit classer à l'époque néolithique.

1° Les trois premières pièces sont constituées par des *Oursins fossiles*, devenus libres spontanément. Sur deux, les étoiles sont figurées par de très petites cupulettes, qu'on ne peut confondre avec les orifices des tests, d'ordinaire en saillie.

a. La première a été recueillie dans des alluvions, en place archéologique, par le professeur Mahoudeau (de Paris) lui-même. La gravure est constituée par les *sept* étoiles classiques de la constellation, placées, comme il convient, entre deux rayons de l'animal.

b. La seconde est un *Micraster breviporus*, qui présente les mêmes *sept* cupulettes, avec une huitième correspondant à l'étoile *Alcor*. Chose curieuse, un petit *trait* gravé réunit les deux étoiles du corps opposées aux *Gardes*, comme sur les cartes astronomiques actuelles. La gravure est sur la face inférieure du fossile, tandis que dans le cas précédent elle se trouve sur une face latérale, entre deux rayons.

c. La troisième est un autre *Micraster breviporus*, trouvé dans le Pas-de-Calais. C'est sur la face supérieure que sont placés les *points creusés*, minuscules, qui constituent la constellation. En outre des sept étoiles clas-

siques, d'autres, correspondant aux *pieds postérieur* et *antérieur*, sont représentées.

2° Je rapproche de ces trois Oursins un polypier fossile, probablement une éponge du genre *Siphonia*, qui a été taillée par l'homme pour en faire un *phallus*.

Sur cette pièce, la « Grande Ourse » est figurée, non par des cupulettes, mais par des éclatements voulus du silex, en forme de *sabots d'Équidés*. Il y là les sept étoiles habituelles avec *Alcor*; et, en outre, les étoiles ξ et ν du *pied postérieur* sont très reconnaissables.

Point à noter, pour les Esquimaux, la « Grande Ourse » est le « *Phallus du Ciel* »; et l'on sait que les Esquimaux en sont restés à la mentalité néolithique. On notera, d'autre part, qu'ici les étoiles sont des *pieds de chevaux*: ce qui rapproche singulièrement cette œuvre d'art primitif de la Pierre à cupules d'Arnac (Haute-Vienne), où l'étoile η (Alkaïd) de la « Grande Ourse » est constituée par un *sabot d'Équidé*, comme au Grand-Chiron de l'Ile d'Yeu (Vendée).

3° Enfin, le monument est un *pied humain*, sculpté sur rocher fixe en granite, et situé sur le bord de la Sèvre Nantaise, à Clisson (L.-I.). Il s'appelle le *Pas de la Vierge*. Très peu profonde, mais très bien polie, cette fausse empreinte, qui est une véritable œuvre d'art, due à l'homme par conséquent, a son grand axe dirigé du côté des Orteils, à N. 66° O. géographique.

Seul de tous les pieds humains sculptés sur rochers, lesquels sont aujourd'hui connus en très grand nombre, il présente dans son intérieur *sept* cupulettes, assez petites, de 10^{mm} de diamètre environ, disposées exactement comme les étoiles de la Grande Ourse. Il y a même, comme sur le second Oursin et sur le polypier, une huitième dépression, représentant également l'étoile *Alcor*. La *ligne des Gardes* ne donne pas le nord actuel [1].

Ces cinq exemples sont absolument démonstratifs.

D'ailleurs, on a déjà publié un cas de « Grande Ourse » sur une ardoise, trouvée à Holagoï (Russie) par le Prince Poutiatine (1884). De plus, on a décrit, à l'étranger et en France, de véritables *pierres à cupules*, reproduisant cette constellation; mais quoique je recherche depuis 30 ans de tels monuments, je dois déclarer que je n'ai encore jamais rencontré de faits absolument certains pour la « Grande Ourse ».

---

(1) Ce qui prouve bien que la sculpture n'*est pas récente*. La déviation est dans le même sens que celle du Pied.

A mon avis, le monument le plus net est la Pierre à cupules d'Arnac (Haute-Vienne); mais ici, une sculpture en sabot d'Équidé remplace l'étoile η, ce qui n'a rien d'extraordinaire, la *Grande Ourse* ayant été une *Jument* (et non pas une *Ourse*) au Néolithique, comme le prouve le folklore de la Perse et du Turkestan.

En tout cas, ces multiples constatations prouvent que, scientifiquement, les cupules et cupulettes sculptées par l'homme sur les rochers fixes ou les pierres mobiles, sont bien des *Astres*, c'est-à-dire, soit des *Étoiles* (comme je viens de le prouver), soit le *Soleil* comme l'indiquent d'autres monuments préhistoriques.

On sait, qu'au point de vue symbole, talisman, ex voto, l'*Oursin* fossile représente le Soleil, comme le *Scarabée* en Égypte. On doit donc conclure, de la présence d'une représentation du pôle à la fois sur des Oursins et sur une sculpture de pied humain, que les pieds ont la même signification mythique que ces fossiles. Par suite, le pied néolithique ne peut être que celui du *Soleil authropomorphisé*.

C'est d'ailleurs à cette conclusion que m'avaient conduit précédemment mes recherches de Folklore et de Préhistoire (1), en ce qui concerne cette curieuse manifestation de l'art religieux de la Pierre polie.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le deuxième trimestre de* 1921. Note de M. J. **Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Dans ce trimestre, le nombre des jours d'observations (2) a été de 88, et l'on en déduit les principaux faits suivants :

Taches. — Au total, la production des taches a été peu différente de celle du trimestre précédent (3) : on a enregistré, en effet, 39 groupes dont la surface totale est de 2864 millioniémes, au lieu de 38 groupes et 2731 millioniémes.

En ce qui concerne leur répartition, il a été noté 11 groupes en moins dans l'hémisphère austral, soit 14 au lieu de 25, et 12 en plus dans l'hémisphère boréal avec le nombre de 25 au lieu de 13.

Un groupe équatorial, dont le milieu a traversé le méridien central le 14,8 mai, comprenait deux taches principales visibles à l'œil nu; l'examen du Tableau I ci-après

(1) Marcel Baudouin, *Les sculptures et gravures de pieds humains sur rochers* (*A. F. A. S.*, 1913 : *Congrès de Tunis*, in-8°).

(2) Avec l'aide de Mlle Bloch.

(3) Voir *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 519.

montre que ce groupe a, pour ainsi dire, absorbé toute l'activité de production des taches dans ce mois, puisqu'il représente à lui seul les neuf-dixièmes de l'aire totale de leur ensemble.

Enfin, l'absence de taches a été noté quatre jours en mai, et un jour dans chacun des mois d'avril et de juin, d'où il résulte, pour ce trimestre, un nombre proportionnel de 0,07, au lieu de 0,05 précédemment.

Régions d'activité. — Malgré un nombre de groupes supérieur, l'aire totale des facules observées est moindre que dans le premier trimestre : on a effectivement, au total, 161 groupes et 92,5 millièmes, au lieu de 146 groupes et 104,3 millièmes.

La même remarque que précédemment [1] se présente relativement à la présence des facules dans les hautes latitudes australes.

Dans l'ensemble, le même nombre de groupes, soit 99, a été enregistré au sud de l'équateur, mais au nord, malgré une augmentation de 15 groupes, avec 62 au lieu de 47, la production de ces phénomènes reste moins active.

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Avril. — 0,04.			
27- 4	5	1,1		+ 7	17
3- 8	6	3,1	—11		52
29- 3	2	3,4		+12	5
1- 3	3	5,6	—16		7
5-16	11	10,9		+17	116
15	1	12,8		+13	8
18	1	13,5		+ 8	11
16-19	4	14,7		+ 9	98
12	1	15,6	—13		5
10-21	12	16,4		+10	206
16-28	12	22,1	—16		96
17-29	12	23,3		+ 9	168
19-26	7	24,9	— 7		16
2- 3	2	28,0		+10	118
27- 2	5	28,9		+ 9	3
1	1	29,8	—13		4
	28 j.		—12°,7	+10°,4	
		Mai. — 0,13.			
2	1	4,1		+14	2
18	1	14,7		+11	2
9-21	13	14,8		+ 0	1013
17-18	2	16,1	— 8		7
		Mai (suite).			
13-16	3	18,4		+ 6	10
21	1	23,2		+ 8	18
19-27	9	24,7		+11	49
1- 2	2	27,3		+12	13
	30 j.		— 8°,0	+ 8°,9	
		Juin. — 0,03.			
28-30	3	1,7	—14		5
28- 3	9	2,7	— 6		22
8- 9	2	3,9	— 6		20
1-10	10	4,4		+13	45
8-11	4	7,6	— 9		6
4-15	12	10,0		+ 0,5	90
8-15	8	10,1		+ 8	61
11-12	2	10,7		+16	12
12-14	3	11,2	—13		11
8- 9	2	11,4		+13	10
13-14	2	13,6	— 6		4
17-28	12	22,8		+11	141
23-27	5	28,6		+12	11
25- 5	11	30,2	— 8		341
25- 4	10	30,7		+14	41
	30 j.		— 8°,9	+10°,9	

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 519.

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1921.	Sud. 90°–40°	40°–30°	30°–20°	20°–10°	10°–0°	Somme.	Nord. Somme.	0°–10°	10°–20°	20°–30°	30°–40°	40°–90°	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Avril........	»	»	»	5	1	6	10	7	3	»	»	»	16	930
Mai.........	»	»	»	»	1	1	7	3	4	»	»	»	8	1114
Juin........	»	»	»	2	5	7	8	2	6	»	»	»	15	820
Totaux....	»	»	»	7	7	14	25	12	13	»	»	»	39	2864

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1921.	Sud. 90°–40°	40°–30°	30°–20°	20°–10°	10°–0°	Somme.	Nord. Somme.	0°–10°	10°–20°	20°–30°	30°–40°	40°–90°	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Avril.......	8	»	»	11	7	26	15	7	7	1	»	»	41	24,0
Mai.........	17	5	7	13	8	50	31	13	11	5	1	1	81	46,1
Juin........	»	2	1	10	10	23	16	4	11	1	»	»	39	22,4
Totaux....	25	7	8	34	25	99	62	24	29	7	1	1	161	92,5

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Atome de Bohr. Fonction de Lagrange circum-nucléaire.* Note de M. **Marcel Brillouin.**

1. Continuant les recherches sur la théorie de l'atome de Bohr, dont j'ai donné les premiers résultats, le 4 juillet dernier [1], j'ai été conduit à adopter, dans la fonction de Lagrange qui définit le mouvement de l'électron autour du noyau positif

$$L = \frac{k^2}{r} + \frac{r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}^2}{2} + L_u + L_v,$$

comme seuls termes véritablement circum-nucléaires, les termes suivants :

$$(1)\qquad \left\{ \begin{aligned} L_u &= \dot{r}\left[\cos u.\chi(r, u) - \sin u \frac{\partial \chi}{\partial u}\right], \\ L_v &= \dot{r}\left[\cos v.\varphi(r, v) - \sin v \frac{\partial \varphi}{\partial v}\right], \end{aligned} \right.$$

[1] Il s'est malheureusement glissé des erreurs de transcription dans les formules de L_u et L_v. Outre de petites incorrections de détail, j'ai laissé figurer des termes arbitraires sans aucune importance circum-nucléaire, et j'ai même oublié le seul terme vraiment important dans L_v. Pour la discussion des formules complètes, qui est longue et délicate, je renvoie au Mémoire qui ne tardera pas à paraître.

avec

$$u = \frac{C}{k} r^2 \dot\theta, \qquad v = Ck \left[\frac{2k^2}{r} - r^2\dot\theta^2 - \dot r^2\right]^{-\frac{1}{2}}, \qquad C = \frac{4\pi^2 k}{h}.$$

Les fonctions χ et φ sont laissées indéterminées, mais sont supposées choisies de telle sorte qu'elles deviennent insensibles à grande distance quelles que soient les vitesses composantes de l'électron; telles seraient, par exemple, des fonctions $e^{-\alpha r} f(u)$, $e^{-\beta r} g(v)$.

Si l'on tient à se rapprocher le plus possible de la mécanique ordinaire, on peut, à défaut des fonctions elles-mêmes, réduire au moins les coefficients des *sinus* et *cosinus* au second degré, au plus, en fonction des vitesses. Les formes les plus simples sont alors

$$\psi = \frac{u}{r} F(r), \qquad \varphi = \frac{G(r)}{rv}.$$

Mais il me paraît prématuré de faire un choix.

2. *Mouvement de l'électron.* — Comme dans le cas des forces centrales, les équations du mouvement admettent deux intégrales premières : l'une est l'équation aux vitesses angulaires

$$(1) \qquad C_1 = r^2\dot\theta - \dot r \frac{Cr^2}{k} \sin u\left(\chi + \frac{\partial^2\chi}{\partial u^2}\right) - \dot r . r^2\dot\theta \frac{v^3}{C^2k^2} \sin v\left(\varphi + \frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}\right);$$

l'autre est l'équation de l'énergie

$$(2) \qquad C_2 = \frac{k^2}{r} + \frac{\dot r^2 + r^2\dot\theta^2}{2} - C_1\dot\theta - \dot r^2 - \dot r^3 \frac{v^3}{C^2k^2} \sin v\left(\varphi + \frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}\right).$$

On voit immédiatement les ellipses privilégiées de Bohr-Sommerfeld, données par

$$u = 2m\pi, \qquad v = 2n\pi,$$

$$C_1 = \frac{2km\pi}{C} = \frac{mh}{2\pi}; \qquad C_2 = \frac{C^2k^2}{8n^2\pi^2} = \frac{2\pi^2k^4}{n^2h^2},$$

en adoptant les multiples pairs de π pour les orbites stables. On aura d'autres orbites privilégiées, mais instables à divers titres, en adoptant pour u ou v, ou u et v, les multiples impairs de π.

Les orbites privilégiées que les formules mettent en évidence sont toujours elliptiques.

Les orbites quasi hyperboliques ($C_2 < 0$) auront nécessairement des formes très compliquées.

3. Quoi qu'il en soit, l'intégration peut toujours s'achever par des qua-

dratures. Mais il faut d'abord résoudre l'équation du troisième degré en $\dot{r}$, qu'on obtient en éliminant φ entre 1 et 2 :

$$(3) \qquad \dot{r}^3 \frac{\partial u}{\partial \theta} \sin u(\chi + \chi'') + \dot{r}^2 \left(C_1 + \frac{r^2 \dot{\theta}}{2}\right) + \frac{1}{2} r^4 \dot{\theta}^3 - C_4 r^2 \dot{\theta}^2 - \left(C_2 - \frac{k^2}{r}\right) r^2 \dot{\theta} = 0.$$

On choisira celle des trois racines que l'on doit utiliser dans le domaine parcouru par l'électron. Portant cette valeur de $\dot{r}$, exprimée en r et u dans l'une ou l'autre des équations 1, 2, on trouvera une équation transcendante entre u et r; en la résolvant en u et revenant à l'expression de $\dot{r}$, on obtiendra la relation intégrable par quadratures entre r et $\dot{r}$. On obtiendra ensuite u et, par quadrature, θ. Mais tout ce travail ne peut être qu'indiqué, tant qu'on ne spécifie pas les fonctions $\varphi(r, v)$, $\chi(r, u)$.

Pour la plupart des trajectoires, surtout pour les trajectoires quasi hyperboliques, chacune des trois racines de l'équation en $\dot{r}$ ne correspond qu'à une partie du parcours; pour obtenir le parcours complet de l'électron, il faudra raccorder trois arcs, qui se rejoignent deux à deux aux points pour lesquels deux des trois racines de l'équation en $\dot{r}$ deviennent égales. C'est une discussion qui ne s'annonce pas comme très facile, mais qui laisse espérer des résultats importants.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la courbure des rayons lumineux* (¹) *dans le champ de gravitation*. Note de M. K. **Ogura**, présentée par M. Emile Borel.

Soit

$$(1) \qquad ds^2 = f^2\, dt^2 - d\sigma^2 = f^2\, dt^2 - H_1^2\, dx_1^2 - H_2^2\, dx_2^2 - H_3^2\, dx_3^2$$

l'expression de l'intervalle élémentaire d'un champ *statique* dans un espace *vide*. Les fonctions f, H_1, H_2 et H_3 ne dépendent pas de t, et les équations

(¹) Si nous prenons $\left(\frac{1}{f^2} - h^2\right)^{-\frac{1}{2}}$ au lieu de f dans les équations (2), (4), (5)-(10), nous trouvons des équations correspondantes pour *le faisceau naturel de trajectoires* ayant la constante d'énergie h (au sens de M. P. Painlevé, *Journal de Liouville*, 4ᵉ série, t. 10, 1894, p. 5), qui est défini par $\delta \int \sqrt{\frac{1}{f^2} - h^2}\, d\sigma = 0$. (Voir H. Weyl, *Raum, Zeit, Materie*, 4ᵉ édition, 1921, p. 225.)

des rayons lumineux deviennent

$$(2)\quad \frac{d^2x_1}{d\sigma^2}+\left(\frac{1}{H_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}-\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{dx_1}{d\sigma}\right)^2+2\left(\frac{1}{H_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}-\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)\frac{dx_1}{d\sigma}\frac{dx_2}{d\sigma}$$
$$+2\left(\frac{1}{H_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_3}-\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)\frac{dx_1}{d\sigma}\frac{dx_3}{d\sigma}+\left(-\frac{H_2}{H_1^2}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}+\frac{H_2^2}{H_1^2}\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{dx_2}{d\sigma}\right)^2$$
$$+\left(-\frac{H_3}{H_1^2}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}+\frac{H_3^2}{H_1^2}\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{dx_3}{d\sigma}\right)^2=0,$$

. . . .

D'après M. W. Blaschke [1] la courbure $\frac{1}{\rho}$ de la courbe

$$x_i=x_i(\sigma)\qquad (i=1,\ 2,\ 3)$$

dans l'espace ayant l'élément linéaire

$$ds^2=H_1^2\,dx_1^2+H_2^2\,dx_2^2+H_3^2\,dx_3^2,$$

est donnée par la formule

$$(3)\quad \frac{1}{\rho^2}=(H_1^2A_1^2+H_2^2A_2^2+H_3^2A_3^2)-\left(H_1^2A_1\frac{dx_1}{d\sigma}+H_2^2A_2\frac{dx_2}{d\sigma}+H_3^2A_3\frac{dx_3}{d\sigma}\right)^2,$$

où

$$A_1=\frac{d^2x_1}{d\sigma^2}+\frac{1}{H_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\left(\frac{dx_1}{d\sigma}\right)^2+\frac{2}{H_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_2}\frac{dx_1}{d\sigma}\frac{dx_2}{d\sigma}+\frac{2}{H_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_3}\frac{dx_1}{d\sigma}\frac{dx_3}{d\sigma}$$
$$-\frac{H_2}{H_1^2}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\left(\frac{dx_2}{d\sigma}\right)^2-\frac{H_3}{H_1^2}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\left(\frac{dx_3}{d\sigma}\right)^2,$$

. . . .

Pour les rayons lumineux, en tenant compte des équations (2), nous avons

$$(4)\qquad A_1=\frac{2}{f}\frac{\partial f}{\partial\sigma}\frac{dx_1}{d\sigma}-\frac{1}{H_1^2}\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_1},\qquad \ldots.$$

Par conséquent, nous obtenons l'expression suivante pour *la courbure du rayon lumineux :*

$$(5)\qquad \frac{1}{\rho^2}=\frac{1}{H_1^2}\left(\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2+\frac{1}{H_2^2}\left(\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2+\frac{1}{H_3^2}\left(\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)^2-\left(\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial\sigma}\right)^2.$$

---

[1] W. Blaschke, *Frenets Formeln für den Raum von Riemann* (*Math. Zeitschrift*, t. 6, 1920, p. 94). Dans cette Note je ne considère pas la torsion.

Si nous employons le paramètre différentiel du premier ordre de Lamé, (5) devient

$$(6) \qquad \frac{1}{\rho^2} = \Delta(\log f) - \left(\frac{d\log f}{d\sigma}\right)^2.$$

On peut la mettre encore sous la forme suivante indépendante du choix des coordonnées :

$$(7) \qquad \frac{1}{\rho^2} = \left(\frac{\partial \log f}{\partial n}\right)^2 - \left(\frac{d\log f}{d\sigma}\right)^2,$$

$\frac{\partial \log f}{\partial n}$ désignant la dérivée de $\log f$ prise suivant la normale à la surface $\log f = \text{const.}$

Cherchons maintenant la variation de cette courbure pour les directions variables autour d'un point fixe. Nous trouvons facilement :

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)^2_{\min} = 0 \qquad \text{(suivant la normale à la surface } f = \text{const.}),$$

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)^2_{\max} = \left(\frac{\partial \log f}{\partial n}\right)^2 \qquad \text{(suivant toutes les tangentes à la surface } f = \text{const.}).$$

Au point de vue purement mathématique, il est intéressant d'étudier *l'ensemble des courbes dont les directions sont telles que la différence*

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)^2_{\max} - \left(\frac{1}{\rho}\right)^2$$

est constante. Les courbes ainsi définies satisfont à l'équation de Monge :

$$(8) \quad \left(\frac{\partial \log f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \log f}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial \log f}{\partial x_3} dx_3\right)^2 = k^2 (H_1^2\, dx_1^2 + H_2^2\, dx_2^2 + H_3^2\, dx_3^2),$$

k étant une constante indépendante de x_1, x_2, x_3. Puisque nous pouvons écrire cette équation sous la forme

$$(9) \qquad k\int_{x_1^0 x_2^0 x_3^0}^{x_1^1 x_2^1 x_3^1} d\sigma = (\log f)_{x_1^1 x_2^1 x_3^1} - (\log f)_{x_1^0 x_2^0 x_3^0},$$

l'ensemble des courbes forme un système de courbes sans détours au sens généralisé. Sur les surfaces paramétriques, par exemple sur $x_3 = \text{const.}$, nous avons le système de courbes sans détours « Kurvennetz ohne Umwege »

au sens de M. G. Scheffers [1] :

$$(10)\qquad \left(\frac{\partial \log f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \log f}{\partial x_2} dx_2\right)^2 = k^2 (H_1^2\, dx_1^2 + H_2^2\, dx_2^2).$$

AÉRODYNAMIQUE. — *La résistance de l'air au mouvement des sphères et la vitesse ascensionnelle des ballons pilotes.* Note de M. **C.-E. Brazier**, présentée par M. E. Bouty.

On a recommandé, pour calculer la vitesse ascensionnelle V des ballons pilotes, en fonction de leur poids, B, et de leur force ascensionnelle A, des formules empiriques dont la plupart sont de la forme

$$V = m \left[\frac{A}{(A+B)^{\frac{2}{3}}}\right]^n.$$

Comme l'expérience a conduit les divers auteurs à attribuer à m et à n des valeurs différentes, les vitesses qu'on en déduit pour le même ballon sont elles-mêmes différentes et s'écartent quelquefois les unes des autres de plus de 30 pour 100. Il est probable que chacune de ces formules n'est applicable qu'entre certaines limites de poids et de force ascensionnelle; il serait donc indispensable de trouver un critérium permettant de déterminer avec certitude la formule qui convient à chaque cas concret. C'est ce critérium que je me suis proposé de rechercher en m'aidant des données sur la résistance des sphères obtenues en ces dernières années dans les laboratoires aérodynamiques.

On sait, depuis les travaux de G. Eiffel [2] et de Ch. Maurain [3], que pour une sphère donnée, placée dans l'air en mouvement, il existe deux valeurs nettement différentes du coefficient de résistance K défini par la formule bien connue : $R = \frac{K\rho}{\rho_{(15,760)}} \frac{\pi D^2}{4} V^2$, dans laquelle R, K, ρ, D et V

---

[1] Pour le système de courbes sans détours sur un plan ou sur une surface dans l'espace euclidien, voir G. Scheffers, *Leipziger Berichte*, t. 57, 1905, p. 353; R. v. Lilienthal, *Vorlesungen über Differentialgeometrie*, t. 1, 1908, p. 123; t. 2, 1913, p. 242; K. Ogura, *Proceedings of Tôkyô Math.-Physical Society*, 2e série, t. 9, 1918, p. 284, 409. Voir aussi M. d'Ocagne, *Bull. Soc. Math. France*, t. 13, 1885, p. 71.

[2] *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1597.

[3] *Bull. Inst. Aér. Un. Paris*, fasc. 3, 1913, p. 76.

représentent respectivement la résistance de la sphère, le coefficient de résistance unitaire, le poids spécifique de l'air, le diamètre de la sphère et la vitesse du courant d'air. Les recherches ultérieures (¹) ont montré que, de ces deux valeurs de K, la plus grande convient dans les cas où le nombre de Reynolds $N = \frac{VD\rho}{\eta}$ (η étant le coefficient de viscosité de l'air dans les conditions de l'expérience) est inférieur à 100×10^3, la plus faible n'étant nettement applicable que lorsque N est notablement plus élevé (de l'ordre de 300×10^3). Entre ces limites, la grandeur de K dépend dans une large mesure de la turbulence du courant d'air employé. Il est donc tout indiqué de rechercher si les sondages aérologiques permettent de déceler une variation du coefficient K analogue à celle que l'on a trouvée au laboratoire.

J'ai utilisé dans ce but les données expérimentales obtenues en déterminant directement la vitesse ascensionnelle des ballons pilotes dans l'air libre par des visées à deux ou trois théodolites, en admettant les hypothèses suivantes :

1° Les ballons employés affectent la forme sphérique. 2° L'hydrogène qui les gonfle a comme poids spécifique, à 0° et sous la pression 760^{mm}, $0^{kg},100$. 3° On peut négliger : (*a*) l'influence de la vapeur d'eau sur le poids spécifique de l'air; (*b*) le volume occupé par l'enveloppe du ballon; (*c*) la surpression due à la tension de cette dernière; (*d*) la différence entre la température du gaz intérieur et celle de l'air ambiant; (*e*) la perte de force ascensionnelle résultant de la diffusion de l'hydrogène à travers les parois de l'enveloppe. 4° La vitesse ascensionnelle moyenne donnée par les expérimentateurs est sensiblement réalisée à la hauteur de 5000^{m}. 5° A ce niveau, la température et la pression sont égales à leur moyenne annuelle, soit 260° abs. et 406^{mm}.

Le Tableau ci-après groupe sous les en-têtes B, A, V, K et $N \times 10^{-3}$ les valeurs correspondantes du poids des parties solides du ballon, exprimé en kilogrammes; de la force ascensionnelle, en kilogrammes; de la vitesse ascensionnelle, en mètres par seconde; du coefficient de résistance, en kilogrammes par mètre carré à 15° et 760^{mm} ; du nombre de Reynolds divisé par 1000. Les nombres en caractère gras correspondent à des expériences faites en salle close.

Les données expérimentales ont été extraites des travaux suivants :

(¹) WISSELBERGER et PRANDTL, *Z. f. F. u. M.*, mai 1914.

I. J. Rouch, *La vitesse ascensionnelle des ballons pilotes* ([1]).

II. F. La Porte, *Sondage de l'atmosphère à Gâvre au moyen de ballons en caoutchouc* ([2]).

III. C.-J.-P. Cave et J.-S. Dines, *Further measurements of the rate of ascent of pilot balloons* ([3]).

Variation du coefficient de résistance de l'air au mouvement de ballons pilotes se déplaçant dans l'atmosphère libre.

	Données expérimentales.			Valeurs calculées ([4]).	
Source.	B.	A.	V.	K.	$N \times 10^{-3}$.
III...	**0,012**	**0,050**	**2,38**	**0,051**	**76**
I....	0,050	0,135	2,95	0,051	83
II....	0,080	0,150	2,93	0,049	111
I....	0,050	0,150	3,13	0,048	113
III...	**0,030**	**0,120**	**2,89**	**0,046**	**124**
II....	0,080	0,200	3,33	0,045	135
III...	**0,045**	**0,150**	**2,95**	**0,046**	**139**
II....	0,080	0,300	3,57	0,048	160
I....	0,050	0,300	4,00	0,040	175
II....	0,080	0,350	3,83	0,044	179
II....	0,080	0,400	4,00	0,043	194
I....	0,091	0,500	5,00	0,030	260
I....	0,091	0,600	5,50	0,027	301
I....	0,091	0,750	5,67	0,028	331
I....	0,091	1,000	6,17	0,026	393

De ce Tableau on déduit les valeurs moyennes suivantes du coefficient K :

$N \times 10^{-3}$	≤ 100.	$= 120$.	$= 140$.	$= 160$.	$= 180$.	$= 200$.	$= 220$.	$= 240$.	$= 260$.	≥ 280.
K....	0,051	0,050	0,047	0,044	0,041	0,038	0,035	0,032	0,029	0,027

Ce résultat est tout à fait comparable à celui que l'on tire de la discussion des mesures de la vitesse ascensionnelle des ballons pilotes en salles closes publiée par Hesselberg et Birkeland ([5]). Il permet de rendre compte qualitativement et quantitativement des résultats expérimentaux.

([1]) *B. O. Dir. Rech. et Inv.*, n° 17, 1921, p. 174.

([2]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 279.

([3]) *Quart. Journ. Roy. Met. Soc.*, t. 45, 1919, p. 277.

([4]) Tous les calculs ont été faits en adoptant comme unités fondamentales le kilogramme-force, le mètre et la seconde.

([5]) *Ueber die Steigegeschwindigkeit der Pilot Ballone* (*Ann. Hydr. Berlin*, t. 45, 1917, p. 313). Ces auteurs ont trouvé les valeurs suivantes du nombre de Reynolds limitant la région de transition : 130×10^3 et 200×10^3. Celles que nous avons obtenues se rapprochent davantage des résultats fournis par la méthode du tunnel.

PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude de la structure électronique des atomes lourds et de leurs lignes spectrales.* Note de M. A. **Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

Depuis la présentation de notre dernière Note sur ce sujet ([1]), nous avons étendu à l'or, au platine, à l'iridium, à l'osmium et au tungstène — en employant le même dispositif expérimental — l'étude détaillée des séries L que nous avions effectuée pour l'uranium, en nous attachant particulièrement à suivre les variations d'intensité de certaines raies homologues. Nous avons en outre isolé six nouvelles raies, ce qui porte à 14 le nombre des lignes nouvelles reconnues au cours de ce travail.

1° On savait déjà depuis longtemps que la ligne β_5 du platine était beaucoup plus intense que celle du tungstène et la rectification que nous avons apportée ([2]) à cette dernière ne modifie pas cette conclusion. Nous avons reconnu que, pour chacun des éléments énumérés ci-dessus, les lignes β_5 et γ_2 étaient toujours d'intensités voisines, que celles-ci croissaient *régulièrement* de W à Pt, puis qu'elles demeuraient invariables au delà de cet élément. L'hypothèse que nous avons récemment énoncée pour expliquer ce phénomène se trouve ainsi confirmée : cette variation progressive d'intensité accuse l'addition des électrons correspondant à la croissance du nombre atomique au niveau O_2 de moindre stabilité.

Mais, fait inattendu, nous avons remarqué qu'en même temps l'intensité de β_7, raie correspondant au niveau O_5 de plus haute fréquence, s'accroissait considérablement aussi : Alors que son compagnon $\beta_7'(N_2L_2)$ n'éprouve aucun changement d'intensité, cette raie, qui est tout à fait invisible au-dessous de Ir, apparaît pour cet élément sans se modifier sensiblement pour Pt, puis elle prend *brusquement* pour Au son intensité définitive par suite de l'addition, aux douze corpuscules O préexistants, de six nouveaux électrons (Cs-W), qui se placent sur les niveaux O de plus grande fréquence. La raie γ_4 qui provient d'un niveau intermédiaire (O_4) ne paraît accuser, durant ces transformations, aucune variation d'intensité.

2° Nous supposions dans notre dernière Note que la raie γ_8 de l'uranium provenait d'un niveau O. Cette ligne provient en réalité d'un niveau P qui

---

([1]) A. Dauvillier et Louis de Broglie, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 137.

([2]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 915.

correspond au premier anneau garni d'électrons (8) de l'ion U^{++++++}. La fréquence de ce niveau est de l'ordre de celle de Rydberg et correspond à un potentiel d'extraction d'une quinzaine de volts. Les éléments étudiés n'offrent pas la moindre trace de cette ligne qui n'existerait que pour la série 87-U.

3° Nous avons trouvé pour les éléments W-Au toutes les autres lignes que nous avions identifiées pour U par le potentiel d'excitation, les combinaisons et les doublets. Nous trouvons en outre une ligne très faible γ_9 qui correspond à la combinaison $N_4 L_3$; une autre ligne d'intensité voisine β_{10} qui a été dédoublée pour Au en second ordre et qui exige l'existence de deux nouvelles limites d'absorption M'_2 et M''_2. La ligne β''_2 s'est également dédoublée pour cet élément dans ces conditions, ce qui implique une duplicité du niveau N_3. La symétrie supposée par M. Wentzel dans les niveaux N, et qui était détruite par l'existence de β''_2, est donc rétablie, pour les doublets réguliers de Sommerfeld seulement, par ce doublet $N_3 N'_3$. Une ligne très faible β_{11} a été observée par les éléments Pt, Ir et W; elle correspond plutôt à la combinaison $M_3 L_2$ qu'au passage $M_5 L_3$. Enfin nous avons trouvé un nouveau satellite de α_1 que nous désignons par α_3; c'est une assez forte ligne que nous n'avons pu isoler avec certitude que dans trois cas exceptionnels. L'existence de cette raie explique l'effet observé par Stenström relativement à la limite d'absorption M_1 de U : il ne s'agit pas là d'une structure fine au sens de Kossel, mais bien d'une duplicité de ce niveau. La raie α_3 provient de M_1, tandis que β_8 et α_1 viennent de M'_1.

4° Nous avons pu rectifier un certain nombre d'erreurs qui existaient dans les séries L de ces éléments, en particulier pour l'osmium. La ligne β_3 de l'or était aussi faussement identifiée. Nos mesures sont exactes à 5 unités près environ du premier ordre décimal et sont réunies dans le Tableau ci-contre.

Elles ont été faites par comparaison soit avec les lignes γ_1 et β_1 de Coster, soit avec les lignes K du cuivre, de Siegbahn. Une plus grande approximation nous semblerait actuellement illusoire, car la largeur des lignes dépend beaucoup de leur intensité. Les combinaisons sont toutes exactement vérifiées aux erreurs d'expérience près. Il semble que les longueurs d'ondes des limites d'absorption L_3 de Duane et Patterson pour Pt et Au soient sensiblement trop courtes.

Longueurs d'ondes (en 10^{-11} cm) *des raies* L *des éléments* W — U.

Combinaison.	Raie.	Intensité (¹).	U.	Au.	Pt.	Ir.	Os.	W (²).
PL_3	γ_8	moy.	568,9	←———	———	invisible	———	———→
O_4L_3	γ_4	ass. forte	573,8	865,8	894,0	924,5	957,2	1026,2
N_4L_3	γ_9	tr. faible	»	883,0	912,0	942,6	975,0	1043,9
O_2L_2	γ_2	variable	593,3 forte	901,6 ?	931,6 ?	963,7 ass. forte	999,1 ass. forte	1072,0 moy.
N_6L_3	γ_3	forte	596,8	896,1	925,8	956,8	988,8	1059,2
N_7L_3	γ_7	forte	603,8	901,6	931,6	962,3	995,7	1065,6
N_2L_2	γ_6	tr. faible	603,8	907,5	937,9	971,4	1005,3	1078,5
N_5L_2	γ_1	tr. forte	612,8	924,4	955,4	988,4	1022,5	1095,5
N_8L_2	γ_5	ass. forte	634,4	953,3	985,1	1019,7	1054,1	1128,8
M'_1L_3	β_8	moy.	679,7	1018,2	1052,4	1087,4	1123,8	1203,4
M_2L_3	β_9	faible	685,3	1025,4	1059,3	1094,7	»	1210,5
$\begin{cases} M'_2L_3 \\ M''_2L_3 \end{cases}$	$\begin{cases} \beta_{10} \\ \beta'_{10} \end{cases}$	tr. faibles	» (³)	$\begin{cases} 1029,6 \\ 1031,6 \end{cases}$	»	»	»	1218,0
M_3L_3	β_3	forte	708,6	1065,2	1099,6	1138,4	1177,4	1259,8
M_2L_3	β_1	tr. forte	718,1	1080,9	1117,2	1154,9	1194,6	1278,8
O_2L_1	β_5	variable	724,2 forte	1038,0 forte	1070,0 forte	1103,3 ass. forte	1138,9 ?	1214,6 moy.
O_5L_1	β_7	variable	734,0 moy.	1045,3 moy.	1076,2 faible	1108,2 faible	←— invisible	—→
N_2L_1	β'_7	moy.	736,4	1047,2	1079,0	1111,6	1147,9	1222,4
M_4L_3	β_4	forte	745,9	1104,1	1140,0	1177,3	1215,9	1298,5
$\begin{cases} N_3L_1 \\ N'_3L_1 \end{cases}$	$\begin{cases} \beta''_2 \\ \beta'''_2 \end{cases}$	ass. fortes	745,9	$\begin{cases} 1061,0 \\ 1062,3 \end{cases}$	1094,1	1127,3	1161,6	1236,0
N_4L_1	β_2	tr. forte	752,7	1067,5	1099,6	1132,9	1167,8	1242,4
N_5L_1	β'_2	ass. forte	754,7	1069,5	1101,0	»	1169,6	visible
N_8L_1	β_6	ass. forte	785,9	1108,7	1140,0	1177,3	1210,7	1288,3
M_3L_2	β_{11}	tr. faible	»	»	1163,4	1204,4	»	1334,4
M_5L_2	η	ass. forte	802,8	»	»	1283,6	1325,8	»
M_1L_1	α_3	ass. forte	»	»	1304,9	1343,3	1383,2	»
M'_1L_1	α_1	tr. forte	»	»	1310,0	1348,5	1388,3	»
M_2L_2	α_2	forte	»	»	1321,0	1359,5	1399,3	»

(¹) Ordre des intensités croissantes : très faible, faible, moyenne, assez forte, forte, très forte.

(²) Deux autres lignes 1254 et 1389 ont été signalées dans le spectre du tungstène : la première est le 6ᵉ ordre de sa raie $K\alpha_1$, la seconde est la raie $K\beta_1$ du cuivre.

(³) Ce doublet n'est pas dû à l'absorption d'une trace de vapeur de mercure par l'anticathode, car la forte raie de $Hg\beta_5$ n'est pas observable. Il semble d'ailleurs avoir une signification particulière (isotopes?), car le platine ne le possède pas. Nous trouvons en outre deux satellites de $Au\beta_5$ excessivement faibles mais nets : $\beta'_5 = 1036,0$ (O_1L_1) et $\beta''_5 = 1041,2$ (O_3L_1) avec une dispersion de 35 volts par millimètre.

MAGNÉTISME. — *Sur le champ démagnétisant des barreaux cylindriques d'acier doux.* Note (¹) de M. **Dejean**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'influence démagnétisante des pôles, dans les barreaux cylindriques et dans les ellipsoïdes d'acier, placés dans un champ magnétique, a été étudiée par de nombreux auteurs. On a même pu traduire les résultats de ces études sous une forme simple, par l'introduction du facteur démagnétisant.

Un barreau placé dans un champ uniforme $\mathcal{H}_b$ prend une intensité d'aimantation $\mathfrak{I}$ sensiblement uniforme dans la partie médiane de sa longueur. Le champ $\mathcal{H}_a$ agissant à l'intérieur est

$$\mathcal{H}_a = \mathcal{H}_b - \mathrm{N}\mathfrak{I},$$

la quantité $\mathrm{N}\mathfrak{I}$ étant ce que l'on a convenu d'appeler le *champ démagnétisant*, et N le *facteur démagnétisant*. On admettait autrefois que ce facteur N était constant et dépendait uniquement du rapport de la longueur L au diamètre D du barreau, c'est-à-dire de $m = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{D}}$.

Les recherches de Benedicks (²) et de Schuddemagen (³) en particulier ont montré que N n'est qu'approximativement constant dans un intervalle compris entre $\mathfrak{I} = 100$ et $\mathfrak{I} = 800$. Les recherches un peu plus étendues, tant par les dimensions des échantillons que par la grandeur des champs obtenus, que nous allons résumer ici, nous permettront de mieux définir les variations de N et d'en tirer quelques conclusions.

Nous avons effectué nos essais sur une série de huit barreaux cylindriques, ayant tous uniformément 20^{mm} de diamètre et les longueurs respectives ci-après : 5^{mm}, 10^{mm}, 20^{mm}, 50^{mm}, 100^{mm}, 200^{mm}, 400^{mm}, 1200^{mm}, auxquelles correspondent les valeurs suivantes de m : 0,25 ; 0,5 ; 1 ; 2,5 ; 5 ; 10 ; 20 ; 60. Enfin, un anneau ayant à peu près la même section que les barreaux donnait les courbes correspondant à un champ démagnétisant nul et à une valeur de $m = \infty$. Tous ces barreaux, ainsi que l'anneau, avaient été forgés dans le même lingot d'acier extra-doux et avaient subi le même traitement thermique.

(¹) Séance du 10 octobre 1921.

(²) *Wied. Ann.*, t. 6, 1901, p. 726.

(³) *Proc. Amer. Acad.*, t. 43, 1907, p. 185.

Nous donnons (*fig.* 1) les courbes $\mathfrak{I} = f(\mathcal{H})$, déterminées sur chacun des barreaux ($\mathcal{H}_b$) et sur l'anneau ($\mathcal{H}_a$). Ces courbes ont été déterminées au balistique par la méthode d'inversion des champs.

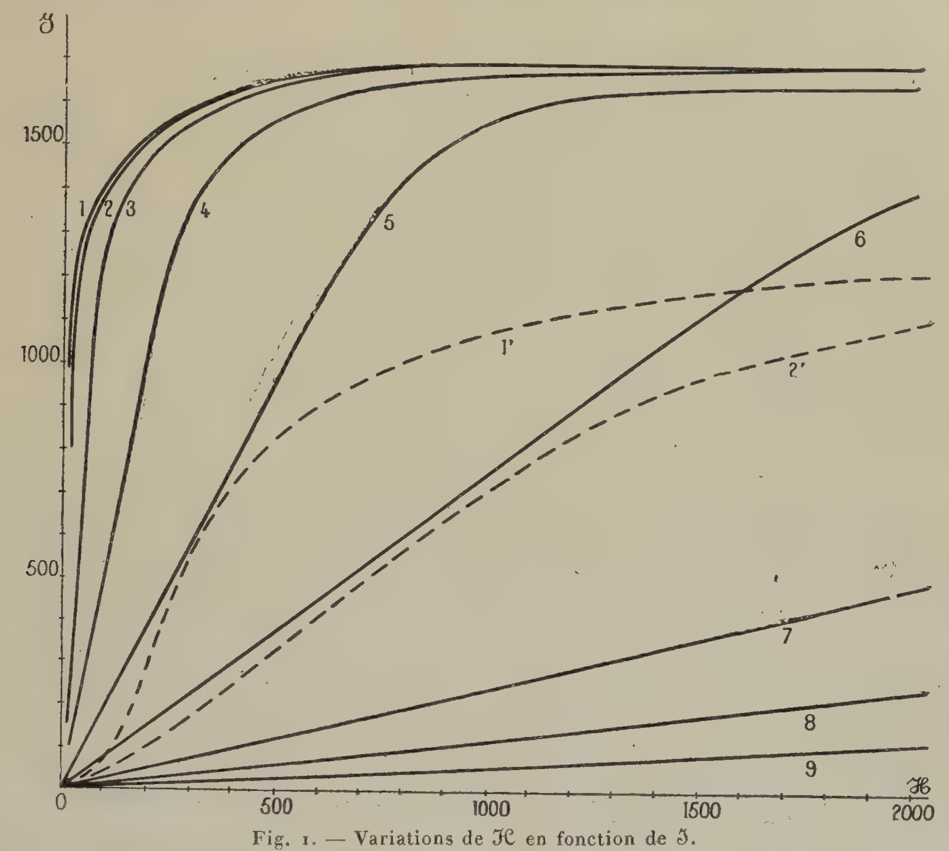


Fig. 1. — Variations de $\mathcal{H}$ en fonction de $\mathfrak{I}$.

1, courbe relative à un anneau, $m = \frac{L}{D} = \infty$.

2 à 9, courbes relatives à un barreau cylindrique : 2, $m = 60$; 3, $m = 20$; 4, $m = 10$; 5, $m = 5$ 6, $m = 2,5$; 7, $m = 1$; 8, $m = 0,5$; 9, $m = 2,5$.

1' et 2', courbes 1 et 2 avec échelle des $\mathcal{H}$ 100 fois plus grande.

Étant en possession de ces courbes, il nous est facile de déterminer, pour chaque valeur de $\mathfrak{I}$ et pour chaque type de barreau, les valeurs $\mathcal{H}_b - \mathcal{H}_a = N\mathfrak{I}$, qui représentent le champ démagnétisant. On en tire, non moins facilement, dans chaque cas, la valeur de N, car $N = \frac{\mathcal{H}_b - \mathcal{H}_a}{\mathfrak{I}}$.

Nous donnons (*fig.* 2) les courbes $\mathfrak{I} = f(\mathcal{H})$, ainsi obtenues pour chaque type de barreau.

On remarque immédiatement que, comme l'ont déjà signalé les auteurs précédemment cités, le coefficient démagnétisant n'est approximativement

constant que dans un intervalle très restreint. Au-dessous de $\mathfrak{I} = 200$, le coefficient N diminue d'une manière très appréciable avec $\mathfrak{I}$. Au-dessus de $\mathfrak{I} = 800$, il diminue quand $\mathfrak{I}$ augmente ; d'abord assez lentement, puis

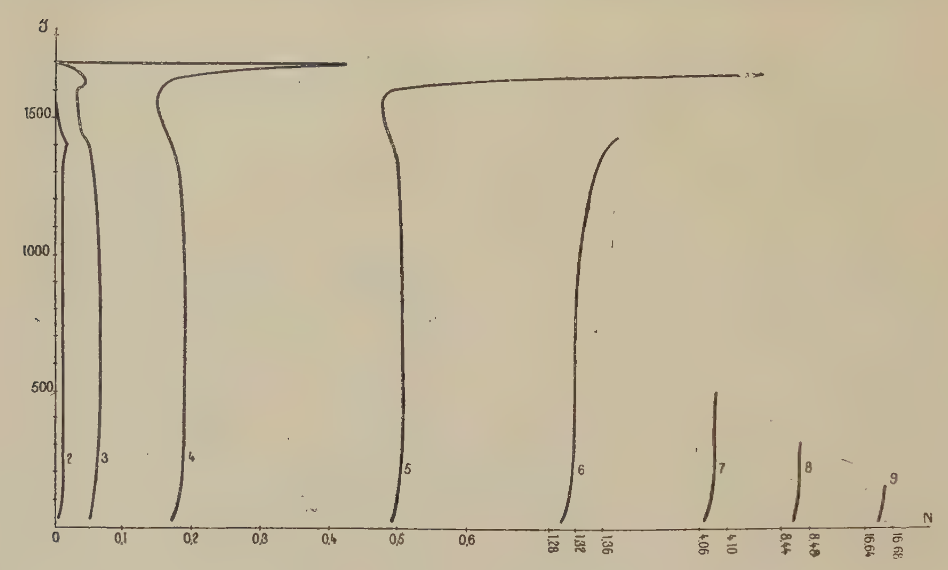


Fig. 2. — Variation du coefficient démagnétisant N en fonction de $\mathfrak{I}$.

d'une manière beaucoup plus rapide. Il passe alors par un minimum, remonte ensuite très rapidement et, après un maximum souvent très élevé, il s'annule brusquement. Les courbes 5, 6, 7, 8 et 9 sont inachevées.

Pour les barreaux relativement longs ($m > 20$), les valeurs de $\mathfrak{I}$ pour lesquelles N passe par un maximum et s'annule, sont d'autant plus élevées que m est plus petit. Au delà de $m = 20$, les valeurs restent sensiblement constantes. En particulier, l'annulation de N se produit pour une valeur de $\mathfrak{I}$ correspondant à la saturation du métal étudié.

Lorsqu'on produit un champ magnétique entre deux masses de fer, si ces masses sont saturées, il n'est pas nécessaire (¹) de fermer le circuit magnétique par une carcasse pesante et coûteuse, car le champ démagnétisant n'intervient plus.

On remarquera enfin que, lorsque m diminue, les courbes $\mathfrak{I} = f(\mathfrak{H})$ prennent de plus en plus l'allure des courbes théoriques des paramagnétiques. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point important.

(¹) Voir H. Ollivier, *Annales de Chimie et de Physique*, 8e série, t. 21, 1910, p. 289 et 322.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur la fabrication de l'hydrogène par liquéfaction partielle du gaz à l'eau.* Note (1) de M. **Georges Claude**, présentée par M. Rateau.

J'ai signalé précédemment (2) que des difficultés rencontrées dès 1908 m'avaient conduit à abandonner, pour la fabrication de l'hydrogène destiné à la synthèse de l'ammoniaque, la voie séduisante de la liquéfaction partielle du gaz à l'eau et des gaz analogues. J'ai indiqué que j'avais été amené à un autre procédé livrant l'hydrogène comme résidu, pratiquement pur, de la dissolution de ces gaz dans l'éther ordinaire.

Revenant d'autre part à la liquéfaction, nous avons réussi, mes collaborateurs et moi, à surmonter les difficultés qui m'avaient arrêté; et le problème s'est trouvé résolu, dans le cas du gaz à l'eau, avec une simplicité si satisfaisante que c'est ce procédé qui fonctionne maintenant dans notre usine.

On s'étonnera peut-être de me voir aboutir ainsi au procédé appliqué tout d'abord dans l'exploitation du procédé Haber et remplacé depuis par l'actuel procédé de catalyse du gaz à l'eau.

Mais il faut remarquer que Linde, dont la *Badische Anilin* employait les appareils, n'a jamais renoncé à la détente *sans travail extérieur.* Or celle-ci ne peut normalement être utilisée dans ce cas du gaz à l'eau, l'hydrogène, gaz *plus que parfait* à de certains égards, *s'échauffant* dans une pareille détente.

Linde recourait donc à l'*azote liquide* pour *liquéfier indirectement* l'oxyde de carbone du gaz à l'eau.

Avec la détente *avec travail extérieur*, il n'y a bien entendu plus à se préoccuper de gaz plus que parfait : on peut donc refroidir et liquéfier *directement* le gaz à l'eau, ce qui simplifie tout.

En gros, le gaz d'eau, préalablement comprimé, épuré et desséché, est d'abord refroidi dans un échangeur de températures par l'oxyde de carbone et l'hydrogène précédemment séparés.

Il pénètre ensuite (*fig.* 1) par le collecteur C dans un faisceau tubulaire ascendant F dont le bas baigne dans de l'oxyde de carbone liquide. Sous l'effet combiné de sa pression et des — 190° de ce bain, l'oxyde de carbone

---

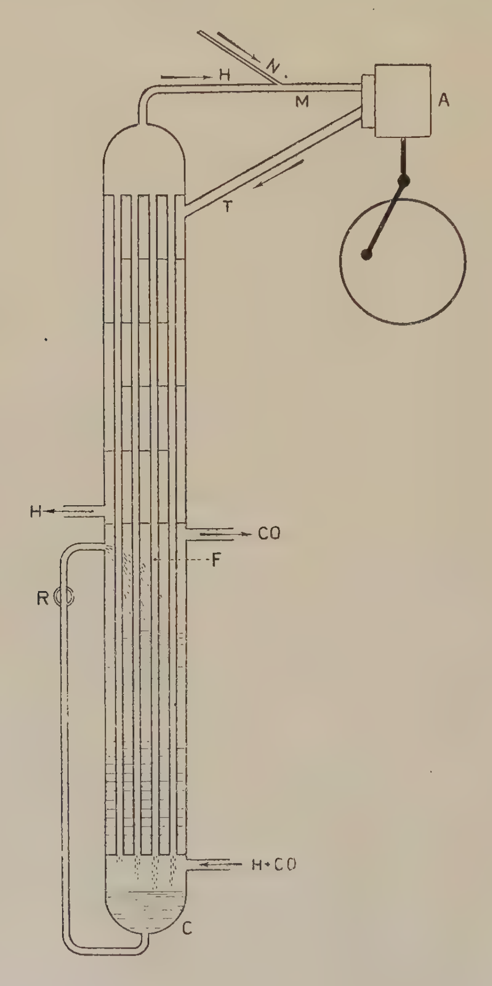
(1) Séance du 3 octobre 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 974.

du gaz à l'eau se liquéfie en majeure partie, retombe dans le collecteur C, et va par R remplacer au dehors celui qui s'évapore.

Les gaz restants s'élèvent dans le faisceau et se trouvent soumis, comme il va être expliqué, à une température plus basse encore qui liquéfie le reste de l'oxyde de carbone.

C'est donc seulement de l'hydrogène, comprimé et très froid, qui sort



du haut du faisceau ; c'est cet hydrogène qui, détendu dans le moteur A et encore refroidi par cette détente, est renvoyé par T autour du faisceau, pour y produire la température très basse dont je viens de parler.

Mais cela, c'est la théorie. En fait, si A est un moteur à piston (l'emploi d'une turbine conduirait à des volumes de gaz énormes), ce moteur *marche mal*, sa lubréfaction n'étant plus assurée à ces températures : l'éther de

pétrole est, en effet, gelé à ces températures, et l'hydrogène ne peut assurer l'autolubréfaction réalisée dans les machines à air liquide.

Mais l'hydrogène à produire, destiné à la synthèse de l'ammoniaque, ne craint pas la présence d'un peu d'azote. Il suffira dès lors de lui mélanger avant son arrivée au détendeur, par M, une petite quantité d'azote (de 5 à 10 pour 100). La dépense d'énergie correspondante sera infime, et l'azote, se résolvant en buée à la fin de chaque détente, assurera la lubréfaction.

Effectivement, dès qu'on envoie l'azote, la puissance du détendeur se relève et la température s'abaisse, passant par exemple de $-195°$ à $-207°$, ce qui entraîne une diminution énorme dans la teneur en CO. On n'est plus limité que par la température de congélation de l'azote, soit $-210°$, et cette limite est suffisante dans la pratique.

Cette addition d'azote entraîne un autre effet technique très important. Quand rien n'est ajouté à l'hydrogène, sa masse calorifique est moindre que celle des gaz qui montent dans le faisceau, de tout ce qui correspond à l'oxyde de carbone refroidi et *liquéfié* dans ces gaz sous l'influence du courant d'hydrogène. Donc, même avec un échangeur parfait, le gaz à refroidir ne peut atteindre en haut du faisceau une température égale à celle de l'hydrogène entrant. Ainsi, non seulement la température de détente n'est pas bonne par suite de la mauvaise lubréfaction, mais les gaz à purifier n'en bénéficient même pas.

Au contraire, si la masse calorifique de l'hydrogène est augmentée de celle de l'azote, elle peut dépasser celle des gaz à refroidir, et ceux-ci peuvent atteindre, à l'écart de l'échangeur près, la température de l'hydrogène entrant. Ainsi, grâce à l'azote et au meilleur rendement frigorifique qu'il entraîne, la température est à la fois plus basse et mieux utilisée.

Un appareil traitant 500^{m^3} de gaz à l'eau par heure fonctionne déjà à Montereau sous une pression voisine de 35^{atm}. Il fournit environ 230^{m^3} par heure d'hydrogène renfermant 1,5 pour 100 de CO, qu'il est facile d'éliminer dans la synthèse de l'ammoniaque par les hyperpressions, et qui, d'ailleurs, sera aisément diminué par la suite.

Un appareil de 500^{m^3} d'hydrogène à l'heure fonctionnerait sans doute à moins de 25^{atm}.

Ce procédé achète par une dépense de 0,3 ch-h environ par mètre cube d'hydrogène sa simplicité et sa puissance de production; mais cette énergie peut être fournie à très bas prix par l'utilisation d'un quart au plus de la force motrice produite par l'oxyde de carbone dans des moteurs à gaz; le reste est disponible pour la synthèse elle-même.

CHIMIE MINÉRALE. — *Procédé rapide pour doser l'acide phosphorique.* Note de M. **H. Copaux**, présentée par M. Haller.

Dans des recherches suivies, comportant de nombreux dosages d'acide phosphorique, le procédé ordinaire de précipitation par le réactif magnésien absorbe un temps si considérable qu'on voudrait pouvoir disposer d'une méthode plus expéditive, même au prix d'une moindre précision.

Voici une solution de ce problème d'analyse.

Quand de l'acide phosphorique, additionné d'un autre acide, sulfurique, chlorhydrique, etc., est agité avec de l'éther et un molybdate alcalin, il se forme de l'acide phosphomolybdique, qui s'unit à l'éther et à l'eau en un liquide jaune, dense, non miscible à son eau mère.

Une fois l'équilibre établi, on a trois phases liquides : un excès d'éther, la solution aqueuse et la liqueur phosphomolybdique jaune.

Cette réaction, aperçue pour la première fois par Marignac sur l'acide silicotungstique, tranformée par E. Drechsel, en 1887, en une méthode de préparation des acides complexes du molybdène et du tungstène, est générale pour les séries en 24 MoO^3 et en 24 TuO^3. Mais elle est particulièrement nette avec l'acide phosphomolybdique, qui sort presque intégralement de sa dissolution aqueuse à l'état de ce liquide jaune, pourvu que le milieu soit suffisamment acide et toujours saturé d'éther : 1^{mg} de P^2O^5, traité dans ces conditions, est nettement précipité en une gouttelette dont le volume est d'environ $\frac{1}{20}$ de centimètre cube.

Si l'on détruit l'équilibre en ajoutant un excès d'eau, les trois phases se confondent et l'on n'a plus qu'une dissolution homogène d'acide phosphomolybdique et d'éther dans de l'eau acidulée.

L'analyse du liquide jaune, répétée sur des échantillons différents, m'a donné les nombres qui suivent :

				Moyenne.
P^2O^5	1,66	1,84	1,68	1,73
$P^2O^5 + MoO^3$	43,81	44,18	43,56	43,85
$C^4H^{10}O$	32,27	33,46	33,33	33,02
H^2O	»	20,40	22,90	21,65

Ce qui peut être exprimé, en molécules-grammes, par la formule approximative :

$$P^2O^5.24MoO^3.3H^2O + 96H^2O + 37C^4H^{10}O.$$

L'analyse présente quelques difficultés, surtout dans le prélèvement, et, sauf en ce qui concerne le rapport $P^2O^5 : MoO^3$, qui est bien exactement

de 1 à 24, les résultats ne sont pas assez constants pour qu'on puisse assurer que ce liquide phosphomolybdique est un composé défini.

Il n'est pas impossible que ce corps — tout à fait isotrope en lumière polarisée — soit un cristal surfondu, où des molécules d'eau et d'éther seraient associées à une molécule d'acide phosphomolybdique, car on connaît des phospho et des silicotungstates qui cristallisent à la fois avec de l'eau et des molécules étrangères, nitrates alcalins, acétone, etc.

Quoi qu'il en soit, la composition de ce liquide est assez constante et sa teneur en P^2O^5 assez petite pour qu'on puisse fonder un dosage pratique sur la mesure de son volume. Son poids spécifique étant 1,23 à 20° et sa teneur moyenne en P^2O^5 1,73 pour 100, on calcule aisément que 1^{mg} de P^2O^5, en cet état, doit occuper environ $\frac{1}{20}$ de centimètre cube, ce qui est d'accord avec l'expérience précédemment citée.

Mais pour donner au procédé toute l'exactitude possible, on ne s'en tiendra pas au calcul; on procédera par comparaison en déterminant le volume de liqueur jaune donné par une solution type de phosphate pur.

Pratique du dosage. — Les appareils que j'ai fait construire par M. Berlemont pour l'exécution de ces dosages sont des ampoules à décanter, formées d'une boule de verre de 60^{cm^3} de capacité, portant un col court à bord dressé et une douille de 80^{mm} de long et 6^{mm} de diamètre intérieur, graduée en dixièmes de centimètre cube; la capacité totale de la douille est égale à 2^{cm^3}.

Les réactifs sont : 1° Une solution d'acide sulfurique à 200^g SO^4H^2 par litre;

2° Une solution de molybdate de sodium, préparée en dissolvant à chaud 100^g d'anhydride molybdique dans 32^g de carbonate de sodium, avec de l'eau et complétant à 1^l;

3° De l'éther exempt d'alcool;

4° Une solution type de phosphate d'ammoniaque $PO^4H^2NH^4$, à 5^g environ par litre, qu'il sera bon de vérifier par la méthode pondérale, car la teneur en P^2O^5 du phosphate d'ammoniaque commercial est souvent un peu inférieure au nombre théorique 61,73 pour 100.

Réaction. — L'expérience montre que l'ordre de mélange des réactifs a de l'importance et que, pour rassembler tout l'acide phosphorique sous la forme voulue, il faut mélanger intimement les liquides au moment de leur contact.

On introduit dans l'ampoule 10^{cm^3} de la liqueur étalon, 10^{cm^3} de liqueur sulfurique et de l'éther en quantité suffisante pour qu'il en surnage une couche de 3^{mm} à 4^{mm}. Prenant alors l'ampoule d'une main et la fermant avec le pouce, on l'agite, puis on y verse, en cinq ou six fois, 15^{cm^3} de molybdate de sodium, en agitant après chaque addition.

Un mélange identique est préparé dans une autre ampoule semblable à la première, et les deux appareils sont portés au centrifugeur, appareil ordinaire tournant à la main, auquel j'ai simplement fait adapter un cadre mobile, à la dimension des ampoules.

En une ou deux minutes, la séparation des trois phases est complète. On lit le volume du liquide phosphomolybdique et l'on calcule la valeur d'une division de l'échelle en milligrammes de P^2O^5.

Il est clair qu'en répétant cette expérience sur le phosphate à doser, on aura par un calcul de proportion la teneur du phosphate en P^2O^5.

Dans le cas d'un phosphate naturel, on traitera 1^g de substance par 3^{cm^3} ou 4^{cm^3} d'acide nitrique et un peu d'eau, pendant 10 ou 15 minutes au bain-marie; après une évaporation à sec, dont on peut se dispenser, si l'on tient plus à la rapidité qu'à la précision, on dilue, on jette sur un petit filtre à plis, on lave, en recueillant le liquide dans une fiole jaugée de 100^{cm^3}, et l'on titre sur 10^{cm^3} de cette liqueur.

Exemples de résultats. — Sur du phosphate ammoniaco-magnésien pur, je trouve 28,90 pour 100 P^2O^5, au lieu de 28,91, par précipitation et pesée.

Sur du phosphate monopotassique cristallisé, 52,43 pour 100 P^2O^5, au lieu de 52,52 par la méthode pondérale.

Sur un phosphate naturel, provenant des mines de la Société des Phosphates tunisiens, 27,76 pour 100 P^2O^5, au lieu de 27,81 et 27,93, nombres obtenus par une précipitation en présence de citrate, suivie d'une seconde précipitation au réactif magnésien exempt de citrate.

La méthode est donc susceptible d'une très bonne précision. Je dois signaler que la réaction tombe en défaut, quand la liqueur contient des citrates, à moins de les détruire préalablement, ce qui me paraît d'ailleurs réalisable sans trop de complications.

Tel quel, et toutes les fois qu'il est applicable, ce procédé a le grand avantage d'économiser beaucoup de temps.

A partir du moment où la liqueur de phosphate à doser est prête, il suffit d'un quart d'heure pour connaître sa teneur en P^2O^5, alors qu'il faut 3 ou 4 heures et des soins beaucoup plus assidus, quand on suit la méthode de précipitation par le réactif magnésien.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le pétrole préparé avec l'huile de colza.*

Note de M. **Alphonse Mailhe.**

Dans un travail antérieur (¹), j'ai montré que la décomposition de l'huile de lin sur un catalyseur mixte, cuivre-magnésie, conduit à la formation d'un gaz de haute puissance calorifique et d'un liquide qui, après hydrogénation sur nickel à 180°, constitue un pétrole mixte, formé d'hydrocarbures forméniques et cycliques, avec prédominance de ces derniers.

La plupart des huiles végétales se comportent d'une manière identique.

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 358.

En particulier, *l'huile de colza* a été traitée sur un catalyseur cuivre-alumine dans un tube en cuivre à une température de 550°-650°. Il s'est formé des gaz non condensables et un liquide.

Le gaz, très éclairant, est formé de carbures éthyléniques, forméniques et d'hydrogène accompagnés d'oxyde de carbone et d'anhydride carbonique.

Du liquide de couleur brun acajou on isole facilement deux fractions, l'une bouillant jusqu'à 150°, l'autre jusqu'à 250°. Le résidu, passé de nouveau sur le catalyseur, fournit une nouvelle quantité de ces produits.

Après traitement par la soude diluée et l'eau, chacun de ces liquides est soumis à l'hydrogénation sur le nickel à 180°.

La portion qui distille au-dessous de 150° possède une odeur agréable d'essence; elle ne donne qu'une légère coloration ambrée avec l'acide sulfurique. La densité est $D_{23°} = 0,7684$. Elle est soluble dans l'alcool en toutes proportions. Par rectification, elle fournit les fractions suivantes :

° °	$D_{23°} =$	° °	$D_{23°} =$
80- 90	0,7428	120-125	0,7710
90-100	0,7509	125-130	0,7716
100-105	0,7572	130-135	0,7725
105-110	0,7615	135-140	0,7777
110-115	0,7676	140-145	0,7802
115-120	0,7704	145-150	0,7853

On remarque immédiatement que ces densités très élevées ne peuvent correspondre qu'à des hydrocarbures cycliques et sont légèrement affaiblies par de très petites quantités de carbures forméniques. Effectivement la portion 80°-90°, a fourni par nitration de la nitrobenzine changée en aniline et de la dinitrobenzine. Après séparation de ces dérivés nitrés, le liquide restant qui renferme un peu de cyclohexane à côté de carbures gras a une densité $D_{23°} = 0,7015$.

La nitration de la fraction 110°-115° a permis d'isoler le dinitrotoluène, fondant à 70°, et l'action du mélange sulfo-nitrique chaud sur la portion 135°-140°, a fourni, à côté de produits nitrés liquides, de belles aiguilles fondant à 174°-175°, caractéristiques du trinitrométaxylène.

Le liquide hydrogéné distillant de 150° à 250° est un produit incolore, d'odeur agréable de pétrole, soluble dans l'alcool; $D_{23°} = 0,8390$. Le fractionnement de 5° en 5° conduit à des liquides formés en grande partie d'hydrocarbures cycliques, dont les densités à 23° vont régulièrement en croissant depuis 0,7905 (portion 150°-155°) jusqu'à 0,8513 (portion 220°-225°).

Ces résultats montrent que la décomposition de l'huile de colza en présence de cuivre-alumine suivie d'hydrogénation, conduit à un mélange d'hydrocarbures cycliques et forméniques dans lequel dominent fortement les premiers. Dans une expérience, au début de l'hydrogénation sur un nickel actif, une portion de liquide distillant de 100° à 120°, $D_{23°} = 0,7584$, contenait seulement des *hydrocarbures cyclohexaniques*, accompagnées de traces de forméniques. Ce liquide n'était pas attaqué en effet par le mélange sulfonitrique; mais, après passage sur nickel à 350°, il a formé de la benzine et du toluène, identifiés par leur transformation en dérivés nitrés et le liquide résiduel de la nitration avait pour densité $D_{21°} = 0,7210$.

Il semble donc qu'en dirigeant la réaction d'hydrogénation sur un nickel plus ou moins actif, l'on puisse produire à volonté tel ou tel pétrole renfermant surtout des carbures cycliques à la fois aromatiques et cycloforméniques ou bien simplement cycloforméniques.

BOTANIQUE. — *La théorie de la syncotylie et le cas du* Streptopus amplexifolius *D. C. La notion de phyllode appliquée à l'interprétation du cotylédon des Monocotylédones.* Note [1] de M. **P. Bugnon**, présentée par M. Guignard.

R. Wettstein a consacré un récent travail [2] à l'étude de la germination d'une Liliacée-Paridée, le *Streptopus amplexifolius* D. C., et l'auteur croit pouvoir déduire des faits observés une confirmation nouvelle de la théorie de la syncotylie émise par E. Sargant [3].

On sait que le cotylédon unique des Monocotylédones présente, au moins en apparence, au lieu d'un faisceau libéroligneux médian, deux faisceaux, symétriques par rapport au plan médian de l'organe et plus ou moins écartés l'un de l'autre; les partisans de la théorie de la syncotylie voient, dans ces deux faisceaux, les homologues des faisceaux médians de deux cotylédons comparables à ceux des Dicotylédones et qui seraient étroitement fusionnés.

Chez le *Streptopus amplexifolius*, le cotylédon prend assez vite les fonc-

---

(1) Séance du 10 octobre 1921.

(2) R. Wettstein, *Die Keimung von* Streptopus amplexifolius *D. C.* (*Osterreichische Botan. Zeitschrift*, 69e année, 1920, p. 31).

(3) E. Sargant, *A theory of the origin of Monocotyledons founded on the structure of their seedlings* (*Ann. of Bot.*, t. 17, 1903, p. 1).

tions et sensiblement la taille et l'aspect des feuilles végétatives que la plante portera par la suite. La première de celles-ci, au-dessus du cotylédon, en est séparée par une feuille intermédiaire, spécialisée en écaille protectrice du bourgeon terminal. Or, d'après la description de Wettstein, cette première feuille végétative a, comme le cotylédon, au lieu d'un faisceau libéroligneux médian, deux faisceaux dont les parties ligneuses sont rapprochées sur la ligne médiane, les parties libériennes étant au contraire écartées, de façon à figurer pour l'ensemble, en section transversale, un V.

Si l'on ne veut être forcé d'admettre que la même structure puisse avoir, dans deux organes qui se ressemblent, deux significations totalement différentes, on doit logiquement déduire de cette similitude d'organisation libéroligneuse l'alternative suivante, dont la nécessité paraît avoir échappé à Wettstein :

1° Ou bien la première feuille végétative ordinaire, qu'on ne peut certainement ramener à un cotylédon, doit être, au même titre que le cotylédon, assimilée au résultat de la fusion de deux feuilles;

2° Ou bien le cotylédon, pas plus que la première feuille végétative, ne peut être regardé comme un produit de coalescence de deux feuilles.

La première façon de voir paraît difficilement soutenable et elle n'a, d'ailleurs, pas encore été soutenue.

Les considérations qui suivent semblent, par contre, justifier l'adoption de la seconde, ce qui équivaut à rejeter la théorie de la syncotylie.

Les cotylédons des Dicotylédones présentent souvent, à la base et sur une portion plus ou moins longue de leur nervure médiane, une organisation libéroligneuse en tous points comparable à celle qui vient d'être rappelée pour le cotylédon des Monocotylédones. C'est ainsi, par exemple, que le cotylédon adulte du *Mercurialis annua* offre, apparemment, sur toute la longueur de son pétiole et dans la partie inférieure de son limbe, au lieu d'un faisceau libéroligneux médian unique, deux faisceaux nettement séparés et symétriques par rapport au plan médian de l'organe. G. Chauveaud, en particulier, dans un Mémoire classique [1], a fait une description minutieuse de nombreux cas de ce genre et il a bien montré l'identité de cette organisation chez les Dicotylédones et les Monocotylédones (*Allium Cepa*, *Triglochin palustre*, *Yucca aloifolia*, etc. ; il l'interprète d'ailleurs d'une

(1) G. Chauveaud, *L'appareil conducteur des plantes vasculaires et les phases principales de son évolution* (*Ann. Soc. nat.*, 9e série, *Bot.*, t. 13, 1911, p. 113).

manière absolument différente de celle de Sargant. Mais, quelle que soit l'interprétation que l'on doive accorder à cette structure libéroligneuse, il n'en résulte pas moins que la dualité, au moins apparente, des faisceaux de la nervure médiane d'un cotylédon ne peut être considérée, chez les Monocotylédones seulement, comme le résultat et le témoignage d'une syncotylie; la même explication doit valoir aussi bien pour les Dicotylédones, ce qui rend l'hypothèse insoutenable.

Une autre interprétation de l'organisation libéroligneuse du cotylédon des Monocotylédones par rapport à celle du cotylédon des Dicotytédones est dès maintenant possible et semble devoir échapper aux objections graves qu'on peut faire à la théorie de la syncotylie.

Les travaux d'Agnès Arber (1), mes recherches personnelles sur les Graminées (2) conduisent à envisager la feuille des Monocotylédones en général comme un phyllode, ce mot étant pris dans son acception la plus large et désignant un organe en forme de limbe et fonctionnant comme tel, mais homologue d'un pétiole ou d'une gaine de feuille de Dicotylédone. Cette conception, appliquée aux feuilles cotylédonaires, explique tout naturellement que la structure libéroligneuse du cotylédon des Monocotylédones soit conforme, sur toute la longueur de cet organe, à celle de la base foliaire seulement des cotylédons de Dicotylédones.

Ainsi, la théorie de la syncotylie, essentiellement fondée sur l'existence d'une dualité, réelle ou apparente, des faisceaux libéroligneux de la nervure médiane cotylédonaire chez les Monocotylédones, devient inacceptable après la constatation de la même dualité dans des organes unanimement considérés comme simples : première feuille végétative ordinaire du *Streptopus*, base des cotylédons de *Mercurialis*, etc.

Par contre, l'interprétation phyllodienne, que j'émets ici pour le

---

(1) A. Arber, *The phyllode theory of the monocotyledonous leaf, with special reference to anatomical evidence* (*Ann. of Bot.*, t. 32, 1918, p. 463); *The vegetative morphology of Pistia and the Lemnaceæ* (*Proc. Roy. Soc. Lond.*, *B.*, t. 91, 1919, p. 96); *Leaf-base phyllodes among the Liliaceæ* (*Bot. Gaz.*, t. 69, 1920, p. 337); *Tendrils of Smilax* (*Ibid.*, p. 435); *On the leaf structure of certain Liliaceæ, considered in relation to the phyllode theory* (*Ann. of Bot.*, t. 34, 1920, p. 447); *The leaf structure of the Iridaceæ, considered in relation to the phyllode theory* (*Ann. of Bot.*, t. 35, 1921, p. 301); *Leaves of the Helobieæ* (*Bot. Gaz.*, t. 72, 1921, p. 31); *Leaves of certain Amaryllids* (*Ibid.*, p. 102).

(2) P. Bugnon, *La feuille chez les Graminées* (*Thèse Doct. sc. nat.*, Paris, 1921, et *Mémoires de la Soc. Linn. de Normandie*, t. 21, 2e fasc.).

cotylédon des Monocotylédones, tout en ne préjugeant en aucune façon de la signification qu'il faut attribuer à cette structure libéroligneuse si spéciale, rend compte très simplement des ressemblances et des différences qu'elle présente chez les Monocotylédones et les Dicotylédones. Si elle permet d'abandonner la théorie de la syncotylie, elle se concilie au contraire parfaitement avec celle de l'hétérocotylie, dont Hill ([1]) a été le principal protagoniste : les Graminées peuvent sans doute en fournir un exemple démonstratif ([2]).

EMBRYOLOGIE. — *Fécondation artificielle et développement de l'Apron* (Aspro asper *L.*). Note de MM. **L. Léger** et **S. Stankovitch**, présentée par M. Henneguy.

De tous nos Percides d'eau douce (Perche, Grémille et Apron) l'Apron (*Aspro asper* L.) est actuellement le seul au sujet duquel on ne possède aucune donnée précise sur le développement de l'œuf et de l'alevin.

Ayant eu l'occasion de capturer quelques couples de ce poisson dans l'Isère, au moment de leur reproduction, c'est-à-dire en mars, nous avons pu, au Laboratoire de Pisciculture de Grenoble, effectuer la ponte, la fécondation artificielle et suivre le développement de l'Apron jusqu'au moment où il a atteint tous les caractères morphologiques de l'adulte.

Le 4 mars, une femelle mûre de 17^{cm} laisse échapper, par une faible pression, ses œufs qui sont recueillis dans l'eau sur une pierre rugueuse à laquelle ils adhèrent fortement. La même eau reçoit en même temps quelques gouttes de laitance obtenue d'un mâle de 13^{cm}. Après avoir brassé légèrement l'eau du bassin d'expérience, celui-ci est installé en eau courante à faible débit à la température de 13° à 14° C.

Au moment de la ponte, l'œuf d'Apron est sphérique, transparent, bleuâtre avec une membrane résistante finement ponctuée. Il mesure environ $2^{mm},2$ de diamètre et, en son centre, se trouve une grosse goutte d'huile comme dans l'œuf des autres Percides.

Dès le deuxième jour de l'incubation, l'aire embryonnaire fait saillie à

([1]) A.-W. Hill, *The morphology and seedling structure of the geophilous species of Peperomia, together with some views on the origin of Monocotyledons* (*Ann. of Bot.*, t. 20, 1906, p. 395).

([2]) P. Bugnon, *loc. cit.*

la surface du vitellus sous forme d'un mamelon hémisphérique qui se façonne peu à peu, selon le mode connu, en un jeune embryon bientôt recourbé en V sur la vésicule.

Au quinzième jour de l'incubation les yeux sont déjà visibles et 15 jours plus tard, les alevins commencent à s'échapper de la coque. L'éclosion de nos œufs se prolongea pendant environ 5 jours; de sorte que dans de l'eau à 13° il faut de 30 à 35 jours de la fécondation à l'éclosion.

A l'éclosion, le jeune Apron, de forme très allongée rappelant la larve d'*Acerina cernua*, mesure en moyenne 8^{mm} de longueur totale dont $1^{mm},2$ pour la tête. Il est si transparent qu'il est à peine visible. La vésicule vitelline ovoïde, située en arrière de la tête, montre encore la grosse goutte d'huile incolore. L'anus est situé en avant du milieu du corps et immédiatement en arrière de la vésicule. Le nombre des myomères dorsaux est de 41 à 42. Les nageoires pectorales seules sont déjà ébauchées, arrondies à la tranche et leur hauteur est égale à la moitié de la longueur céphalique. Un repli cutané médian de faible hauteur entoure tout le corps depuis l'arrière de la tête jusqu'à l'anus, et donnera par la suite les nageoires impaires.

La tête, arrondie en avant, montre une bouche subventrale à mâchoire inférieure incomplètement développée et encore écartée de la lèvre supérieure. L'œil, assez gros, a une iris jaune cuivreux. La vésicule auditive est bien visible.

L'alevin montre déjà une pigmentation noire très sobrement répartie et représentée : 1° par un petit amas de chromatophores étoilés sur le dessus de la tête; 2° par une rangée de chromatophores suivant le bord inférieur du pédicule caudal jusqu'à l'anus; 3° enfin, par quelques cellules pigmentées à la face inférieure de la vésicule vitelline.

Dès la sortie de l'œuf, les petits alevins montrent une grande agilité nageant toujours très près de la surface sans doute à cause de la goutte d'huile qui diminue leur densité.

A la température de notre expérience, la résorbtion de la vésicule est effectuée en 21 jours, mais on voit encore cependant un petit reste de la goutte d'huile en arrière du cœur. L'alevin mesure alors $10^{mm},2$.

Il est toujours très allongé et sa hauteur maximum est comprise six fois dans la longueur du corps. La croissance a été un peu plus rapide dans la portion antéanale contrairement à ce qu'on a signalé chez la Perche (Ehrenbaum). La bouche a pris sa position normale antérieure et les mâchoires sont garnies de fins denticules. La vessie natatoire est visible très près de

la tête, et l'estomac bien différencié. Les pectorales ont grandi et l'on peut distinguer les ébauches de la deuxième dorsale, de la caudale et de l'anale, mais sans rayons visibles. La tête s'est allongée (2^{mm}) et s'est notablement élargie, ce qui donne déjà à l'alevin la forme en clou de l'adulte. La pigmentation s'est étendue sur la tête et sur le corps; on en distingue trois rangées irrégulières suivant le dos, la moelle et la corde dorsale et suivant la ligne du pédicule caudal signalé plus haut.

L'alevin toujours très agile mange avec avidité le plankton qu'on lui sert (*Simocephalus*, *Nauplii* et petites larves de Chironomides). Ainsi richement nourri, il croît rapidement et, 12 jours plus tard (33e jour après l'éclosion), apparaissent les ébauches des nageoires ventrales et de la première dorsale, à leur position définitive. Il mesure alors $12^{mm},8$. A ce stade commencent à se montrer, parmi les chromatophores noirs, des cellules à pigment orangé qui vont contribuer à donner au poisson sa couleur brun doré caractéristique.

Enfin, vers le 50e jour, l'alevin, de 20^{mm} à 25^{mm}, est dès lors facile à reconnaître, car il a déjà pris les caractères morphologiques de l'adulte : forme triangulaire effilée si caractéristique du corps avec les bandes de pigment en chevron et toutes les nageoires complètement développées. Il gagne alors le fond de l'eau et prend ses habitudes de méfiance qui font que ce poisson est ordinairement si difficile à capturer.

Ainsi, au cours de son développement, l'Apron présente deux modes de vie : d'abord une vie du type de surface avec nourriture planktonique et qui doit se passer dans les lônes et les remous relativement calmes des rivières; puis, vers la taille de 2^{cm}, il prend la station définitive de l'adulte, c'est-à-dire la vie de fond sur les graviers à la tombée des courants, se nourrissant alors surtout de vers et de larves d'insectes et plus tard de petits poissons.

Remarquons enfin que, malgré sa taille réduite, l'Apron est de nos Percides d'eau douce celui dont l'embryon est le plus long (*Acerina* 3^{mm}, d'après Ehrenbaum et *Perca* 5^{mm}, d'après Ehrenbaum et Sundeval), particularité qui est sans doute en rapport avec la forme effilée si spéciale du corps de l'adulte.

BIOLOGIE. — *Sur la production de « variétés à graines marbrées » de la Fève* (Vicia Faba *L.*). Note de M. L. **Blaringhem**, présentée par M. L. Guignard.

En 1912, j'ai reçu du Muséum d'histoire naturelle 6 graines de *Vicia Faba* L. var. *pliniana* petites, d'un noir brillant. Plantées au Laboratoire de Meudon (Seine-et-Oise) au début d'avril, elles ont donné cinq plantes à caractères uniformes, à graines identiques à l'échantillon reçu. La même année, à l'automne, je mis en culture les graines d'une plante unique de Féverole d'hiver (*V. Faba* var. *equina*) récoltée dans les cultures de Locon (Pas-de-Calais). Les deux lignées ont été croisées en mai 1913; les descendances pures suivies en 1913 et 1914 n'ont montré aucune déviation. J'attribue les variations décrites ci-dessous au croisement.

Les parents diffèrent par de nombreux caractères : *V. Faba equina*, vigoureuse, donne 2-3 tiges fortes, égales (120^{cm}), cannelées et creuses, épaisses de 15^{mm} à la base, puis des grappes de fleurs compactes évoluant en 3 à 6 gousses lisses longues de 10^{cm}-12^{cm}; chaque fruit renferme 4 à 6 graines oblongues, de taille moyenne ($12^{mm} \times 8^{mm} \times 6^{mm}$) gris clair uniforme. *V. Faba pliniana*, grêle, donne une tige principale courte (40^{cm}-60^{cm}) suivie de pousses secondaires tardives d'ordinaire stériles; la tige demi-creuse, peu cannelée, offre à la base au plus 7^{mm} d'épaisseur, donne de rares grappes de 2-3 fleurs suivies de gousses très petites à pointe effilée, velues pubescentes; les fruits ne dépassent pas 5^{cm} et renferment ordinairement 2 graines, jamais plus de 4, noires, oblongues du volume d'un pois ($6^{mm} \times 4^{mm} \times 3^{mm}$).

Les croisements furent exécutés avec l'espoir de faire apparaître la Xénie; je n'en ai pas constaté le moindre indice. La combinaison *pliniana* × *equina* faite sur 3 fleurs me donna 2, 1, 0 graines; la combinaison *equina* × *pliniana*, sur 3 fleurs également, 3, 1, 1 graines; les 8 graines furent ensemencées en mars 1914, donnèrent des plantes intermédiaires entre les parents par la taille des tiges, les dimensions des fleurs et des fruits; les tiges étaient nombreuses et bien garnies, peut-être à cause des soins pris au repiquage. Les plantes récoltées en août 1914 n'ont pu être examinées qu'en novembre 1918; les gousses, toutes velues, à bec recourbé renfermaient 214 graines bien formées, toutes identiques. Leur couleur brun mat était sans doute plus accusée qu'à l'époque de la maturité, car j'ai constaté

depuis que la teinte des graines de Fèves jaunes ou vertes brunit avec les années; mises en terre au printemps suivant, elles donnèrent 92 plantes dont la descendance fut suivie jusqu'en 1921.

En *deuxième génération* (F_2-1919) la disjonction du couple *noir-gris* de la couleur des graines parut régulière; 30 *pliniana* × *equina* fournissent en effet 7 plantes à graines grises et 23 à graines brunes ou teintées; 62 graines *equina* × *pliniana* fournissent 15 plantes à graines grises et 47 à graines brunes; les pourcentages des *récessifs gris* (23,5 et 24,3) sont voisins du chiffre théorique 25. Mais les dominants bruns n'étaient pas du tout uniformes et s'échelonnaient en teintes graduées du gris teinté au noir brillant; et même, dans la descendance *equina* × *pliniana*, 10 plantes sur 47 furent notées comme portant des marbrures jaunes ou brunes sur fond terne. En règle générale, les graines sont identiques pour un même individu; deux plantes F_2 me donnèrent cependant quelques gousses où les graines noires faisaient contraste avec les graines marbrées, disjonction en mosaïque que je n'ai pas retrouvée depuis.

La proportion des plantes à graines marbrées fut beaucoup plus forte en F_3 (1920). Les 10 individus à marbrure esquissée en F_2 ne donnèrent que des graines marbrées; les 22 récessifs à graines grises donnèrent 155 plantes à graines grises et 4 à graines marbrées, celles-ci dérivées d'un même individu F_2 qui possédait sans doute des marbrures peu accusées et non reconnues en 1919. De plus, un caractère nouveau, qui m'avait échappé jusque-là, s'est manifesté nettement sur les descendances de quelques plantes F_2; il consiste en fines ponctuations brunes sur fond gris, accentuées d'ordinaire autour de l'ombilic et sur le pourtour des graines.

Les proportions relatives des disjonctions des ascendants bruns (F_2) en F_3 (1920) furent :

Plantes à graines :	Grises.	Noires.	Marbrées.	Ponctuées.
pliniana × *equina* (23)....	62	45	113	6
equina × *pliniana* (47)....	93	52	177	4

Les cultures de 1921 (F_4) confirment ces résultats : les récessifs à graines grises ne donnent que des descendants à graines grises, exception faite de deux lignées où apparut une ponctuation brune en auréole autour de l'ombilic. Les graines noires donnent des plantes peu vigoureuses, peu fertiles, fournissant pour moitié des graines noires en totalité, pour moitié des plantes à graines grises, noires, marbrées et ponctuées selon les proportions trouvées en F_3. Les graines marbrées F_3 donnent surtout des plantes à

graines marbrées; 10 pour 100 seulement montrent des retours, soit au gris, soit au noir. Sur 28 plantes provenant de graines ponctuées, 13 donnent des graines ponctuées, 3 des marbrées, 12 des grises.

D'autre part, un croisement réalisé en fin juin 1919 entre un individu tardif (F_2) *pliniana* × *equina* et *Vicia Faba* à graines vertes (*Windsor bean*) donna en 1920 des graines teintées, intermédiaires, mais plates, dont les 12 descendants en 1921 sont 2 récessifs à graines vertes, 4 à graines brunes, 6 à graines marbrées. Il est remarquable que *la proportion des marbrées l'emporte* ici encore sur les plantes à graines brunes ou grises.

En résumé, les croisements réalisés entre plusieurs sortes divergentes de *Vicia Faba* montrent que *la couleur brune des graines domine la couleur grise ou la couleur verte*. La lignée *pliniana* fait apparaître dans les descendances hybrides et à partir de la deuxième génération *des caractères nouveaux*, *marbrures* ou *ponctuations*, qui persistent sur un bon nombre de descendances et paraissent plus fixées même que le caractère brun de l'ascendant. On possède de nombreuses variétés de Haricots stables, définies précisément par des marbrures, des ponctuations, ou des auréoles teintées autour de l'ombilic; il n'est pas douteux qu'on puisse obtenir des variétés analogues de *Vicia Faba* au cas où cette acquisition offrirait un intérêt commercial.

BIOLOGIE. — *Sur le déterminisme des caractères sexuels secondaires chez les Arthropodes*. Note de M. R. Courrier, présentée par M. Widal.

Il résulte des faits établis par Bouin et Ancel chez les Mammifères et confirmés chez certains Oiseaux et Poissons que les caractères sexuels secondaires ne sont pas sous la dépendance de la glande séminale. Ils sont conditionnés par un organe endocrine situé entre les tubes séminifères chez les animaux étudiés. Cependant quelques auteurs pensent encore que la glande interstitielle est un tissu banal qui peut jouer un rôle dans la nutrition des éléments séminaux. Pour eux, les caractères sexuels secondaires sont déterminés par une hormone formée à l'intérieur même des canaux séminifères et aux dépens des cellules séminales. L'étude des Anthropodes montre nettement qu'il n'en est pas ainsi.

Les expériences faites sur les Insectes (Oudemans, Meisenheimer, Kopec) ont bien mis en évidence que les caractères sexuels extérieurs de ces animaux ne dépendent pas de la glande génitale : ils ne sont pas modi-

fiés après castration. Il est vrai qu'on affirme que, chez les Insectes, les caractères en question sont immuables et que le soma est sexuellement différencié dès la fécondation. Ceci est sujet à caution.

J. Pérez fit en effet remarquer en 1880 que les Hyménoptères du genre *Andrena* peuvent être parasités par des Stylops; sous l'influence du parasite, le mâle devient assez semblable à la femelle. L'auteur note que l'un des deux testicules du mâle ainsi modifié fonctionne encore normalement, alors que l'autre dégénère.

Récemment, Kornhausser a montré que chez l'Hémiptère membracide *Thelia bimaculata*, parasité par *Aphelopus theliæ*, le mâle prend l'allure femelle bien que conservant parfois des testicules normaux. Chez les Insectes, les caractères sexuels secondaires ne dépendent donc pas de la glande séminale; ils sont sans doute conditionnés par une hormone issue d'un organe anatomiquement indépendant de la gonade et qui, dans certains cas, paraît être lésé par des parasites.

L'étude du *Carcinus mœnas*, infesté par *Sacculina carcini*, est particulièrement intéressante; elle montrera une fois de plus qu'un animal peut avoir ses caractères sexuels secondaires entièrement modifiés avec une glande séminale en pleine activité (1).

On sait qu'il existe chez *Carcinus mœnas* des caractères sexuels secondaires des plus précis. La femelle a un abdomen large constitué par 7 segments distincts et mobiles; l'abdomen du mâle est au contraire assez étroit, les segments 3, 4 et 5 sont soudés entre eux. Ce Crabe est fréquemment parasité par un Crustacé cirripède *Sacculina carcini*, dont l'évolution a été étudiée par Delage. Les caractères sexuels secondaires du mâle sacculiné subissent des modifications profondes signalées par Giard et caractérisées surtout par ce fait que son abdomen prend l'aspect de l'abdomen femelle. Cet auteur indique en outre que, chez les Crabes infestés, il y a castration parasitaire; le changement des caractères sexuels secondaires est, d'après lui, dû à la stérilité provoquée par le parasite. Ceci s'oppose aux conclusions de Bouin et Ancel.

Nous avons entrepris l'examen histologique des testicules de quelques Crabes sacculinés recueillis à la station biologique de Roscoff; voici nos résultats :

(1) Ce fait, déjà constaté par J. Pérez et Kornhauser chez les Insectes parasités, a été provoqué expérimentalement par Aron sur le Triton.

Carcinus mâles sacculinés (nombre examiné).	Largeur du céphalo-thorax.	Abdomen à aspect mâle.	Abdomen à aspect femelle.
	cm		
3	2	1	2
6	3	0	6
30	4	8	22
11	5	4	7
8	6	0	8
7	7	7	0
1	7,5	0	1

Sur les 66 individus examinés, 4 fois seulement on n'a pas trouvé de glande génitale; dans la majorité des cas on voit facilement le testicule qui est en activité; les canaux déférents renferment des spermatophores. Il ne s'agit donc pas d'une véritable castration parasitaire. On peut tout au plus parler d'un hypo-fonctionnement, souvent très léger. Le Tableau montre que, parmi les mâles sacculinés, il en est qui conservent un abdomen normal; celui des autres est du type femelle. On pourrait croire, selon Giard, que ce sont les Crabes à testicules atrophiés qui présentent des modifications des caractères sexuels secondaires.

Il n'en est rien, car on trouve des mâles dont l'abdomen présente l'aspect nettement femelle et qui ont cependant des testicules en activité. L'examen histologique montre des tubes séminifères contenant tous les éléments de la lignée avec de nombreuses mitoses. Peut-être ces testicules sont-ils un peu moins volumineux que ceux des Crabes non infestés, mais les testicules des Crabes sacculinés sans modifications extérieures ne sont pas plus gros; d'ailleurs, pour ceux qui invoqueraient une action d'ordre quantitatif, les expériences récentes de Pézard et de Lipschütz, Ottow et Wagner montrent qu'une partie très minime du testicule suffit à l'entretien des caractères sexuels secondaires. On peut donc affirmer que les caractères sexuels secondaires du Crabe n'ont aucune relation avec la glande génitale.

D'après Delage, la sacculine devient externe à l'âge de 20 mois; or les Crabes possédant une sacculine interne (et il y en a certainement beaucoup parmi les individus que l'on examine), ne présentent jamais de modifications des caractères sexuels secondaires; il faut donc bien admettre que ce n'est que quand la sacculine est externe que se produisent les changements d'aspect de l'abdomen. Pourquoi seule la sacculine externe agit-elle? Est-ce une cause mécanique? On pourrait penser que la hernie sacculinaire provoque sur l'abdomen du mâle une action comparable à celle pouvant être exercée par les œufs sur l'abdomen femelle. Mais nous avons vu des cas où la

sacculine fait saillie non plus sur la face interne, mais sur la face externe de l'abdomen; dans ces conditions, les modifications sont les mêmes, quoique l'action mécanique soit différente. D'ailleurs, on peut trouver des *Carcinus* mâles infestés par un Bopyrien : *Portunion mœnadis;* l'abdomen de ces Crabes prend l'aspect femelle; on ne peut invoquer ici de cause mécanique, le parasite étant toujours interne. L'action de la sacculine externe est sans doute due à la maturation génitale qui provoque sa sortie; à ce moment, se produisent des variations dans le métabolisme du parasite qui peuvent retentir sur le Crabe.

Conclusions : L'étude du déterminisme des caractères sexuels secondaires chez les Arthropodes montre qu'un animal peut avoir les caractères en question entièrement modifiés tout en possédant une glande séminale qui fonctionne normalement.

Conformément à ce qui a été vu chez beaucoup de Vertébrés, les éléments séminaux ne conditionnent pas les caractères sexuels secondaires chez les Arthropodes. Ils sont probablement déterminés par une hormone issue d'un organe physiologiquement indépendant de la glande séminale et qui peut l'être aussi anatomiquement.

Cette glande endocrine paraît être lésée dans certains cas par un parasite [1].

PARASITOLOGIE. — *Coccidies du Chabot de rivière* (Cottus gobio *L.*) Note de Mlle **M. Gauthier**, présentée par M. Henneguy.

Le Chabot (*Cottus gobio* L.) est l'unique représentant, dans nos eaux douces, de la famille des Cottides dont les principales espèces marines, Trigle, Scorpène, Cottus, etc., sont fort répandues sur nos côtes. Parmi ces dernières, seul le *Cottus bubalis* montre une Coccidie découverte par Thélohan (1893) qui l'indique comme fréquente dans le tube digestif et les cæcums pyloriques et la désigne sous le nom de *Coccidium* (= *Eimeria*) *variabilis*. Cette espèce, rangée par Labbé dans son genre *Goussia*, est caractérisée par ses spores ovoïdes de 9^{μ} à 11^{μ} sur 4^{μ} à 5^{μ} présentant à l'un des pôles un épaississement colorable qui semble limiter un petit orifice (pseudomicropyle de Labbé).

En vue de rechercher s'il n'existe pas quelque relation entre les Coccidies

(1) Il est à noter que G. Smith (1911), étudiant à Naples l'action de *Sacculina neglecta* sur *Inachus mauretanicus*, pense que les modifications extérieures sont provoquées par des variations du métabolisme ordinaire du Crabe sous l'influence du parasite (augmentation de l'élaboration des graisses par le foie).

des Poissons marins et celles des Poissons d'eau douce de même groupe, nous avons examiné des Chabots d'eau douce (*Cottus gobio* L.) dans lesquels jusqu'ici, à notre connaissance, aucune Coccidie n'a encore été signalée. Nos recherches, poursuivies au Laboratoire de Pisciculture de Grenoble, nous ont conduit à rencontrer, dans les Chabots du bassin de l'Isère, deux espèces de Coccidies tétrasporées (Genre *Eimeria*) tantôt isolées, tantôt réunies dans le même hôte et différentes de celle du Chabot de mer. L'une est bien caractérisée par ses spores ovoïdes, munies d'un bec à l'un des pôles; nous la désignerons sous le nom de *E. cotti*. L'autre un peu plus grosse a des spores ovoïdes, biconiques à pôles semblables souvent disposées en croix; nous l'appellerons *E. Piraudi*.

Eimeria cotti. — Nous avons rencontré cette espèce souvent associée à *E. Piraudi* dans l'épithélium des cæcums pyloriques et de l'intestin de Chabots provenant du Furon et de la basse Isère.

Les schizontes ovoïdes, de 9^{μ} à 10^{μ} de long, donnent de 16 à 18 mérozoïtes

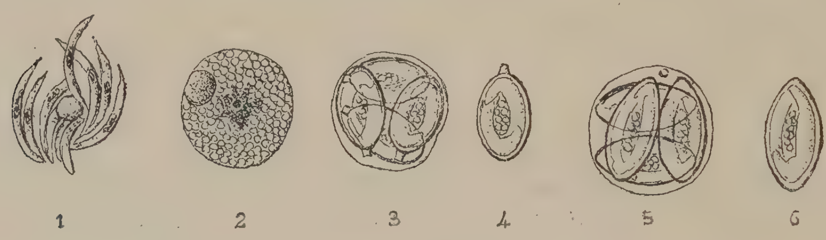


Fig. 1 à 4. — *Eimeria cotti* n. sp.
Fig. 5 et 6. — *Eimeria Piraudi* n. sp. × 1500.

avec une sorte de reliquat central globuleux (*fig.* 1). Les mérozoïtes, de 12^{μ} à 13^{μ} sur $1^{\mu},4$, ont leur extrémité antérieure très effilée et possèdent un noyau médian avec karyosome.

Les macrogamètes sont sphériques de 11^{μ} de diamètre. Leur contenu granuleux montre un noyau central souvent étoilé avec un karyosome. Dans le cytoplasme, au voisinage de la surface, se voit constamment un corps réfringent, sphérique de $3^{\mu},5$ fortement colorable par l'éosine (*fig.* 2).

Les microgamètocytes que nous avons observés plus rarement sont sphériques et mesurent 10^{μ}. Au cours de leur maturation, ils se montrent couverts de petits noyaux virguliformes qui conduisent sans doute à la formation de microgamètes typiques d'*Eimeria*.

Les ookystes mûrs, sphériques, à paroi mince, parfois déformée en s'appliquant étroitement sur les spores, mesurent de 10^{μ} à 11^{μ}. Ils renferment 4 spores sans reliquat kystique (*fig.* 3).

Les spores sont ovoïdes, de 7^{μ} sur $5^{\mu},10$ et montrent à l'un des pôles une sorte de bec cylindrique, court, formant comme un goulot tronqué de $1^{\mu},5$ de long. A leur intérieur les deux sporozoïtes sont bien visibles autour d'un reliquat granuleux central (*fig.* 4).

Eimeria Piraudi. — Nous n'avons jusqu'ici observé cette Coccidie que sous forme d'ookystes, dans le tube digestif de Chabots pêchés en mars dans l'Isère, aux environs de Grenoble. Ces ookystes sont sphériques ou légèrement ovoïdes et leur taille varie entre 11^{μ} et 13^{μ}.

Ils mûrissent en place dans la cellule épithéliale de l'intestin et sont éliminés avec les débris de celle-ci qui, persistant encore quelque temps, leur constitue comme une deuxième enveloppe autour de leur paroi propre qui est frêle et transparente. Ils renferment 4 spores souvent disposées en croix, c'est-à-dire parallèlement deux à deux, suivant deux directions perpendiculaires et, en un point de la face interne de la paroi kystique, se voit un petit grain brillant. Il n'y a pas d'autre reliquat kystique (*fig.* 5).

Les spores (*fig.* 6) sont ovoïdes allongées avec un des pôles parfois un peu acuminé. Leur paroi relativement mince ne nous a pas montré de ligne de déhiscence. A leur intérieur, les deux sporozoïtes sont incurvés autour d'un reliquat granuleux allongé. Les dimensions des spores nous ont paru assez variables selon les individus examinés. Ainsi dans un gros Chabot femelle de 18^{cm}, les spores, de forme allongée, mesuraient $8^{\mu},5$ à 9^{μ} sur $5^{\mu},1$, tandis que dans un sujet mâle de 14^{cm} elles ne dépassaient pas 7^{μ}. Dans cette espèce, comme dans la précédente, nous avons parfois observé des kystes renfermant seulement 3 spores : 1 spore double très grosse et 2 spores normales.

Des deux espèces de Coccidies du Chabot, seule l'*E. cotti* avec ses spores polarisées, pourvues à l'un des pôles d'un prolongement tubuleux, est bien spéciale et sans analogie avec les autres formes actuellement connues chez les Poissons d'eau douce. D'autre part, elle n'est pas sans quelque rapport avec la Coccidie du Chabot de mer dont les spores possèdent à l'un des pôles un épaississement micropylaire et, bien que nous n'ayons pas vu une ligne de déhiscence qu'il faudrait peut-être vérifier à nouveau chez la forme de *C. variabilis* spéciale au *Cottus bubalis*, il est permis de se demander si elle ne dériverait pas phylogénétiquement de cette dernière. Dans ce cas, *E. votti* serait à considérer comme une Coccidie primitive du Chabot tandis que *E. Piraudi*, forme banale, d'un type très répandu chez les Poissons d'eau douce et voisine de la Coccidie de la Perche signalée par Dujarric

de la Rivière ([1]) serait un parasite secondaire, d'acquisition nouvelle avec l'adaptation du genre *Cottus* à la vie dans les eaux douces.

MÉDECINE. — *Traitement de la syphilis par le bismuth.* Note de MM. **Louis Fournier** et **L. Guénot**, présentée par M. Roux.

MM. R. Sazerac et Levaditi ([2]) ont, il y a quelques mois, annoncé que le bismuth exerce une action thérapeutique énergique et rapide dans la syphilis expérimentale du lapin et dans la syphilis humaine.

Avec diverses préparations bismuthiques qu'ils nous ont confiées et, en particulier, avec le tartro-bismuthate de potassium et de sodium en suspension huileuse, nous avons, à l'heure actuelle, traité 110 malades atteints de syphilis à ses diverses périodes. Les résultats que nous avons obtenus confirment pleinement ceux annoncés par MM. R. Sazerac et Levaditi et montrent, comme les premières expériences de ces auteurs, que le bismuth est, en effet, doué d'un pouvoir thérapeutique puissant contre la syphilis et ses diverses manifestations.

Action sur le chancre syphilitique. — Disparition du tréponème quelquefois après la première, le plus souvent, après la deuxième injection de tartro-bismuthate; cicatrisation plus ou moins rapide de la lésion suivant son étendue (en 6 à 7 jours pour les plus petits chancres, et 20 jours pour les plus grands); atténuation plus ou moins marquée de l'adénopathie; disparition des tréponèmes, dans des ganglions syphiliques, dans les trois cas où la recherche fut pratiquée.

Cliniquement, l'évolution de la syphilis semble enrayée; aucun des malades n'a présenté d'accidents secondaires.

Action sur la syphilis secondaire. — Disparition des tréponèmes à la surface et dans l'épaisseur des lésions, après la première ou la deuxième injection; assèchement et cicatrisation rapide, parfois remarquable, des lésions érosives; disparition un peu plus lente des lésions papuleuses, plaques hypertrophiques, etc.; dans un cas de syphilis palmaire, guérison en 15 jours. Les phénomènes généraux, céphalée, courbatures, douleurs osseuses, disparaissent dès les premières injections.

Chez cinq malades dont la syphilis résistait à tous les traitements (l'un

---

([1]) *C. R. Soc. de Biologie*, Paris, t. 76, 1914.

([2]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1391 et t. 173, 1921, p. 338.

d'eux a reçu en quatre ans plus de 700 injections arsenicales ou mercurielles), disparition de toutes lésions après trois ou quatre injections de tartro-bismuthate. Aucun accident n'a reparu chez ces malades depuis 3 mois, alors que jusque-là, les manifestations ne cessaient pas de se reproduire.

Dans un cas de méningite aiguë syphilitique, disparition rapide, après trois ou quatre injections, de tous les symptômes : céphalée, raideur de la nuque, signe de Kernig, etc., et parallèlement, diminution extrêmement rapide de la lymphocytose du liquide céphalo-rachidien; dans celui-ci, l'analyse permit de retrouver le bismuth.

Action sur la syphilis tertiaire. — Efficacité très remarquable du traitement sur les lésions de diverses sortes : gomme, ostéo-périostites, vastes placards ulcéro-croûteux des régions abdominales et thoraciques, etc. Dans un cas de leucoplasie linguale, atténuation notable, mais non-disparition complète de la lésion.

Action sur la réaction de Bordet-Wassermann. — Après la première série d'injections bismuthiques, la réaction de fixation s'atténue considérablement après avoir, dans quelques cas, présenté une accentuation au cours même du traitement (vers le 15e jour). Sur 20 cas traités depuis tout au plus 3 mois, qui ont pu être régulièrement suivis et où il fut possible de répéter la recherche à plusieurs reprises, six fois la réaction devint complètement négative. Dans deux cas de chancres syphilitiques de moins de 10 jours, la réaction négative avant le traitement resta négative par la suite.

Une observation plus prolongée et des examens sérologiques régulièrement répétés sont encore nécessaires pour porter un jugement définitif sur l'action profonde du bismuth dans la syphilis. Il est néanmoins permis de dire que les premiers résultats sont très satisfaisants.

Les injections intramusculaires de tartro-bismuthate sont pratiquées au début du traitement, tous les deux jours à la dose de 0g,20, ou tous les trois jours à la dose de 0g,30. Plus tard, on espace un peu plus les injections, surtout s'il survient de la stomatite. La dose totale administrée dans la première série d'injections doit atteindre 2g à 2g,50, en trois semaines ou un mois.

Les injections de tartro-bismuthate en suspension huileuse aux doses ci-dessus indiquées, sont bien tolérées et ne déterminent pas de réaction générale notable. Le seul accident, assez fréquent il est vrai, est la stomatite, ordinairement légère, présentant, avec un liséré gingival comparable au liséré saturnin, de grandes analogies cliniques avec la stomatite mercurielle; mais la stomatite bismuthique est infiniment plus bénigne que la stomatite

mercurielle. Elle peut être évitée par les soins préalables des gencives et des dents, et guérit facilement par les lavages et attouchements antiseptiques, en particulier avec l'application locale de sel bismuthique, de bleu de méthylène ou de composés arsenicaux. L'examen bactériologique montre souvent à l'état pur l'association fuso-spirillaire, au niveau des lésions gingivogéniennes.

Nous avons constaté la présence du bismuth dans le sang et son élimination par les urines, la salive, la bile, les fèces. On n'observe, sauf un peu de polyurie et parfois une albuminurie très légère, aucun trouble notable de la fonction rénale. La teneur du sang et de l'urine en urée reste normale, ou à peu de chose près, même dans le cas de stomatite.

Conclusion. — *Le bismuth peut être considéré comme un des agents antisyphilitiques des plus énergiques.* — Des observations nombreuses et longtemps prolongées pourront seules montrer s'il est capable de produire chez les individus infectés la guérison totale et définitive de la maladie. Nos recherches mettent en relief son action rapide et durable sur les manifestations diverses de la syphilis et particulièrement, fait capital, au point de vue de la prophylaxie sociale, sur les manifestations contagieuses. Elles montrent ainsi nettement que les belles recherches de MM. Sazerac et Levaditi viennent de fournir une arme thérapeutique nouvelle, peut-être la plus puissante, contre le fléau syphilitique.

La séance est levée à 16 heures et demie.

É. P.